GIANCARLO BUCCELLA

Esercizi di fisica

dal testo

CONSIGLI PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Riguardo alla soluzione dei problemi di Fisica, si consiglia quanto segue:

1) Leggere attentamente il testo del problema.

2) Preparare un elenco complete delle quantità date (note) e di quelle cercate (incognite).

3) Disegnare uno schema o un diagramma accurato della situazione. Nei problemi di dinamica, assicurarsi di aver disegnato *tutte* le forze che agiscono su un dato corpo (diagramma di corpo libero).

4) Dopo aver deciso quali condizioni e principi fisici utilizzare, esaminare le relazioni matematiche che sono valide nelle condizioni date. Assicurarsi sempre che tali relazioni siano applicabili al caso in esame. E' molto importante sapere quali sono le limitazioni di validità di ogni relazione o formula.

5) Molte volte le incognite sembrano troppe rispetto al numero di equazioni. In tal caso e bene chiedersi, ad esempio:
a) esistono altre relazioni matematiche ricavabili dalle condizioni del problema?
b) è possibile combinare alcune equazioni per eliminare alcune incognite?

6) E' buona norma risolvere tutte le equazioni algebricamente e sostituire i valori numerici soltanto alla fine. Conviene anche mantenere traccia delle unita di misura, poiché questo può servire come controllo.

7) Controllare se la soluzione trovata e dimensionalmente corretta.

8) Arrotondare il risultato finale allo stesso numero di cifre significative che compaiono nei dati del problema.

9) Ricordare che per imparare a risolvere bene i problemi e necessario risolvene tanti: la risoluzione dei problemi spesso richiede creatività, ma qualche volta si riuscirà a risolvere un problema prendendo spunto da un altro già risolto.

Alanno - giugno 2002

Indice

Panorama e Frontiere

Elettromagnetismo

Fisica atomica e subatomica

Astrofisica

Negli esercizi svolti, del secondo e terzo volume, i dati dei problemi sono omessi.

VOL. 3 – Panorama e Frontiere - CAP. 1
Energia e moto di punti materiali ed onde

1) *Una barca a motore sviluppa una velocità rispetto all'acqua $v_B = 2{,}0$ m/s. In un tratto di mare dove c'è una corrente da Sud verso Nord il timoniere tiene rotta verso Ovest. La velocità della corrente è $v_C = 1{,}0$ m /s. Qual è la velocità della barca rispetto alla costa e in quale direzione si muove?*

2) *Su una barca in navigazione lungo un fiume si misura una velocità di crociera di 20 Km/h. La velocità della barca misurata da riva appare essere di 22 Km/h. In quale direzione si sta muovendo la barca, sapendo che la velocità della corrente del fiume è di 5,0 Km/h?*

3) *La velocità di un aeroplano da turismo, rilevata dagli strumenti di bordo,è $v_A = 500$ Km/h . L'aereo punta verso Sud,con vento da Ovest verso Est che soffia a 120 Km/h. Qual è la velocità e la direzione del moto dell'aereo rispetto a terra?*

4) *Considera la situazione descritta nell'esercizio precedente. In quale direzione dovrebbe muoversi l'aereo per mantenere la propria rotta verso Sud? Quale sarebbe in questo caso la sua velocità verso la terra?*

5) *In un'esercitazione un aeroplano vola in linea retta per un tratto AB e torna indietro lungo lo stesso percorso mantenendo una velocità costante v rispetto all'aria.*
a) Calcola il tempo di volo con un vento a velocità costante u da A verso B, se la distanza da A a B è ℓ.
b) Calcola il tempo di volo con un vento a velocità costante u in direzione perpendicolare ad AB.
c) Trova un'espressione per il tempo di volo in presenza di un vento che soffia a velocità costante u sempre nella stessa direzione, con un angolo α rispetto alla linea AB.

6) *In corrispondenza delle ruote di un'automobile di massa m = 850 Kg ci sono 4 molle verticali di costante elastica $k = 6{,}0 \times 10^4$ N/m. L'auto nel trasferimento da un traghetto, è lasciata Cadere a terra da un'altezza di 50 cm. Se la forza esercitata sulle molle è ugualmente distribuita, qual è la loro massima deformazione in seguito all'impatto con il terreno?*

7) *Un barcaiolo tira a riva la propria barca mediante una corda legata a un anello fissato sul molo. La massa complessiva dell'uomo e della barca è di 300 Kg e la forza con cui viene tirata la corda è di 100 N. Se la barca inizialmente ferma, dopo 3,0 s qual è la sua velocità?*
Quale sarebbe la velocità della barca,dopo lo stesso tempo, se la corda fosse fissata a un'altra barca di 200 Kg, anch'essa inizialmente ferma? Qual è, nei due casi, il lavoro fatto dal barcaiolo in quell'intervallo di tempo?

8) *In un racconto di fantascienza navi spaziali costruite in forma di cubi sfrecciano nello spazio a velocità non lontane da quella della luce; il moto delle navi avviene perpendicolarmente a una delle facce del cubo. Da una base di controllo si osserva il passaggio di una nave di un certo tipo della quale, dai dati costruttivi, si sa che ha un volume di 1,0 x* 10^3 m^3 *e si nota che la sua forma è quella di un prisma, con basi quadrate perpendicolari al sua moto e altezza di 8,0 m. A che velocità sta procedendo la nave rispetto all'osservatore?*

9) *In un esperimento, particelle ad alta energia si muovono, con velocità molto prossima a quella della luce, fra due bersagli posti a una distanza di 81 m l'uno dall'altro. Qual è la distanza fra i due bersagli nel sistema di riferimento solidale con una particella? (La velocità delle particelle è tale che* $\beta = 0,999975$; *supponi inoltre che in linea retta da un bersaglio a quello successivo.)*

10) *Nell'universo X le leggi naturali sono le stesse che nel nostro Universo, ma la velocità della luce nel vuoto è di soli 160 Km/h. Il pianeta* α *ha una tecnologia simile a quella della Terra con automobili e autostrade sulle quali è rigorosamente vietato superare il limite di velocità di 80 Km/h. Un sistema di controllo della velocità su una delle autostrade di* α *ha rilevato un sorpasso di un'utilitaria da parte di una macchina di grossa cilindrata. Nel rilievo si è visto che le due macchine avevano la stessa lunghezza durante il sorpasso, ma i dati costruttivi permettono di sapere che la lunghezza propria dell'utilitaria è giusto la metà di quella dell'altra macchina. A che velocità è stato effettuato il sorpasso, se l'utilitaria procedeva a 80 Km/h?*

11) *In un laboratorio L si osservano due eventi che hanno luogo nello stesso punto con un intervallo di tempo di 3,0 s fra i due. Gli stessi eventi sono rilevati da un laboratorio L' che si muove rispetto a L con velocità v. Secondo le osservazioni fatte in L' gli eventi avvengono a un intervallo di 5,0 s e in punti posti a distanza* Δx. *Determina i valori di v e di* Δx.

12) *In un esperimento si è trovato che la quantità di moto di un elettrone nel sistema di riferimento del laboratorio è* $p = 1,58 \times 10^{-22}$ $kg\ m\ s^{-1}$
Determina la velocità dell'elettrone nel sistema del laboratorio.

13) *A quale velocità si muove una particella in un sistema di riferimento in cui la sua energia cinetica è pari alla sua energia a riposo?*

14) *Una particella di massa a riposo m si muove con velocità* $v = 0,500\ c$ *in un sistema di riferimento inerziale S. Qual è il rapporto fra l'energia cinetica della particella calcolata con le formule della meccanica relativistica e l'energia cinetica che si trova secondo la meccanica classica?*

15) *Un elettrone che si muove, in un sistema di riferimento inerziale S, a velocità v = 0,100 c viene accelerato fornendogli un'energia* $W = 8{,}24 \times 10^{-14}$ *J. Determina la variazione di velocità dell'elettrone e la variazione della sua quantità di moto* Δp.

16) *Un antiprotone p* è una particella con massa uguale a quella del protone, mp, e carica opposta. Si possono ottenere antiprotoni liberi a seguito dell'urto fra due protoni, secondo la reazione:* $p + p \longrightarrow p + p + p + p^*$ *; ciò avviene, per esempio, quando si fanno interagire due fasci di protoni con la stessa energia e velocità opposte. Calcola la velocità di soglia, nel sistema di riferimento del laboratorio, dei protoni che danno luogo alla formazione di antiprotoni liberi. (Per velocità di soglia si intende quella minima per cui si ottiene la reazione.)*

17) *Trova un'espressione per la massa della Terra* M_T, *espressa in termini della costante gravitazionale G, del valore medio del raggio terrestre,* R_T *e dell'accelerazione di gravità alla superficie della Terra, g.*

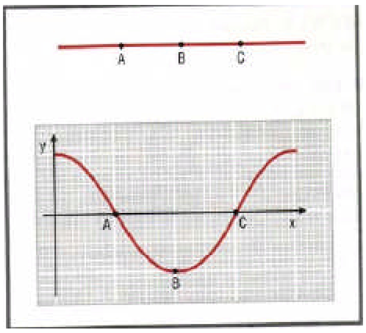
18) *Trova un'espressione per la massa del Sole,* M_S *,espressa in termini della costante gravitazionale G, del raggio medio dell'orbita terrestre,* R_0 *e del periodo di rivoluzione della Terra attorno al Sole, T.*

19) *Due corpi sferici identici, omogenei, di raggio r e di massa m, posti a contatto esercitano uno sull'altro una forza gravitazionale F. Quante volte maggiore sarebbe la forza esercitata reciprocamente se i due corpi, fatti dello stesso materiale, avessero raggio doppio?*

20) *La distanza media della Terra dal Sole è* $0{,}1496 \times 10^{12}$ *m, quella di Marte è* $0{,}2280 \times 10^{12}$ *m. Determina il periodo di rivoluzione di Marte espresso in anni.*

21) *Di quanto varia il peso di un oggetto di massa m = 100 kg quando, dalla superficie della Terra, viene portato a un'altezza di 22 km? La densità media della Terra è* $p = 5{,}6$ *g* cm^{-3} *. Per risolvere l'esercizio può essere utile usare la seguente formula approssimata:* $1/(1+x)2 \approx 1 - 2x$; $(x<<1)$.

22) *La figura rappresenta, sopra, una corda elastica a riposo e tre punti su di essa; sotto, il grafico mostra, in un determinato istante, l'andamento della deviazione dalla posizione a riposo dei punti della corda lungo la quale si propaga un'onda sinusoidale: sono evidenziati gli stessi tre punti che vediamo sopra. Indica direzione e verso della velocità di ciascuno dei tre punti nell'istante considerato: a) nel caso che l'onda sia trasversale; b) nel caso che l'onda sia longitudinale.*



23) *L'equazione* $y = A \cos(\omega t - kx)$*, rappresenta un'onda sonora piana. Determina la velocità di propagazione dell'onda sapendo che* $A = 6{,}0 \times 10^{-6}$ *m,* $\omega = 1900$ *rad/s ,* $k = 5{,}72$ *rad/m.*

24) *Un' onda sonora piana, rappresentata dall'equazione* $y = A \cos(\omega t - kx)$*, si propaga con velocità c pari a 339 m* s^{-1}*. Sapendo che* $A = 1{,}0 \times 10^{-4}$ *m e che k vale 18,5 rad/m, determina la massima velocità con cui si spostano le particelle del mezzo in cui l'onda si propaga.*

25) *Una barca a motore procede a velocità* $v = 9{,}0$ *m/s in un tratto di mare con onde periodiche che fluiscono in una direzione determinata. Il timoniere ha osservato che, muovendosi nello stesso verso del moto ondoso, la prua della barca colpisce 6 creste d'onda ogni minuto; ne colpisce però 30 al minuto se la barca si muove in senso opposto a quello delle onde. Qual è la distanza fra due creste d'onda, supponendo che la velocità della barca sia maggiore di quella delle onde?*

26) *Un fascio di microonde provenienti da una trasmittente colpisce uno schermo di metallo in cui sono praticate due sottili fenditure parallele. La lunghezza d'onda delle microonde è* $\lambda = 2{,}0$ *cm, la distanza fra le fenditure è* $d = 5{,}0$ *cm, A distanza molto superiore a d si rilevano dei massimi del segnale dovuti all'effetto di interferenza. Determina la posizione angolare dei massimi rispetto alla perpendicolare allo schermo di metallo che passa per il punto medio fra le fenditure.*

27) *Un fascio di luce monocromatica colpisce una lastrina opaca in cui sono praticate due sottili fenditure e genera una figura di interferenza su uno schermo posto a grande distanza. La distanza fra le fenditure è di 0,15 mm. Qual è la lunghezza d'onda della luce se la separazione angolare fra il massimo principale e il terzo massimo laterale è di 0,52° ?*

28) *Due radiofari si trovano a 5,0 km di distanza, da Nord a Sud, ed emettono lo stesso segnale in fase: un natante, partendo da una posizione centrale rispetto ai due radiofari, riceve il primo massimo del segnale quando si trova a 30° da Est verso Nord rispetto al punto medio fra le trasmittenti. Qual è la frequenza del segnale trasmesso?*

29) *Due radiotrasmittenti sono situate su una linea che va da Est verso Ovest, a distanza di 6,0 km fra loro, ed emettono un segnale sincrono alla frequenza di* $1{,}0 \times 10^5$ *Hz. Un viaggiatore, molto distante da esse, vuole determinare la sua posizione angolare rispetto alle trasmittenti dal fatto che, dove si trova, l'intensità del segnale è diventata nulla. Quali sono le risposte possibili?*

30) *Un trasmettitore e un ricevitore radio sono posti a distanza di 20 km su delle alture a 200 metri sopra a un altopiano. Le onde radio possono raggiungere il ricevitore sia direttamente sia dopo aver subito una riflessione sul terreno sottostante e ciò può causare effetti di interferenza distruttiva e una cattiva ricezione per alcune frequenze che si chiede di determinare. Supponi che non vengano trasmessi segnali a frequenze superiori a 100 MHz. Nello svolgere i calcoli tieni conto del fatto che nella riflessione le onde riflesse sono in opposizione di fase rispetto a quelle incidenti.*

31) *Due radiofari sono posti su una linea che va da Nord a Sud, a distanza di 3,0 km fra loro. Ambedue i radiofari trasmettono un segnale di frequenza* $f = 2{,}0 \times 10^5$ *Hz, ma i segnali non sono in fase anche se lo sfasamento fra di essi è costante: il trasmettitore posto più a Sud emette onde con un quarto di ciclo di ritardo rispetto all'altro trasmettitore. Trova le direzioni in cui si riceve il segnale alla massima intensità. Calcola l'angolo rispetto alla direzione Est-Ovest, ammettendo che la posizione di rilevamento del segnale sia a grande distanza dai radiofari.*

32) *Un fascio di luce monocromatica con lunghezza d'onda* $\lambda = 650$ *nm incide perpendicolarmente su un reticolo di diffrazione con 400 fenditure per mm. Qual è la deviazione angolare del primo massimo? Quanti massimi si possono osservare?*

33) *Un ragazzo, con il massimo sforzo, riesce a lanciare una pietra di massa* $m = 2{,}0$ *kg dritta davanti a sé con una velocità iniziale* $v = 5{,}0$ *m* s^{-1}*. Quale velocità riesce ad imprimere alla pietra se indossa i pattini e al momento del lancio è fermo? La massa del ragazzo è* $M = 50$ *kg e si suppone che l'attrito fra le lame dei pattini e la superficie ghiacciata sia trascurabile. Qual è, nel lancio con i pattini, la velocità iniziale della pietra relativa al ragazzo?*

34) *Due corpi sferici identici, omogenei, di raggio r e di massa m, posti a contatto esercitano uno sull'altro una forza gravitazionale F. Quante volte maggiore sarebbe la forza esercitata reciprocamente se due corpi sferici simili, fatti dello stesso materiale dei primi due e posti a contatto, avessero massa km* $(k > 0)$*?*

35) *In un esperimento un dispositivo a molla lancia un blocco di massa* $m = 200$ *g su un binario inclinato di un angolo* $\alpha = 30°$ *sul piano orizzontale. Il blocco percorre il binario per un tratto s prima di fermarsi e scivolare giù fino a colpire di nuovo la molla. Il dispositivo di lancio è costruito in modo da poter misurare direttamente l'energia trasferita o ricevuta dalla molla. Alla partenza la spinta ha trasferito al blocco un'energia* $W = 1{,}6$ *J mentre all'arrivo il blocco ha compresso la molla con un lavoro di 0,40 J. Determina il valore di s e rappresenta in un graficol'andamento dell'accelerazione del blocco durante il suo moto.*

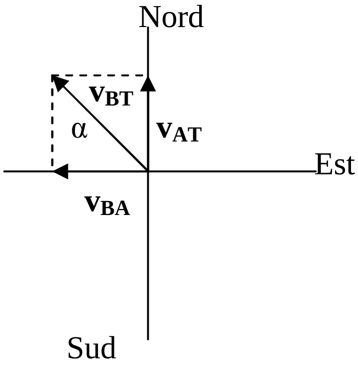
36) *Una piccola luna di massa m e raggio r ruota su un'orbita circolare attorno a un pianeta di massa M in modo da presentare al pianeta sempre la stessa faccia. Il raggio dell'orbita, R, è molto più grande del diametro della luna. Quanto vale R se le pietre sulla superficie della luna sono prive di peso? Di quanto dovrebbe ridursi la distanza Terra-Luna perché si verificasse questa condizione? (Raggio della Luna =* $1{,}738 \times 10^6$ *m; massa della Luna =* $0{,}07353 \times 10^{24}$ *kg; massa della Terra =* $5{,}976 \times 10^{24}$ *kg; raggio attuale dell'orbita della Luna =* $3{,}84 \times 10^8$ *m).*

37) *(Olimpiadi internazionali della fisica, Varsavia 1989) Supponi che tre corpi,* P_1*,* P_2 *e* P_3*, non allineati, di masse* m_1*,* m_2 *e* m_3*, siano isolati nello spazio e che ciascuno di essi risenta solo della forza gravitazionale dovuta agli altri due. I corpi, assai piccoli rispetto alle distanze fra di essi, formano un triangolo e si muovono in maniera da mantenere invariata la forma e le dimensioni di tale triangolo. Indica con a l'asse perpendicolare al piano* P_1*,* P_2 *e* P_3*, che passa per il centro di massa dei tre corpi e con* $\omega(t)$ *la velocità angolare del sistema dei tre corpi attorno a esso in un certo istante ?. Dimostra che il moto avviene nelle condizioni* *descritte solo se la velocità angolare ω è costante nel tempo e le distanze fra i tre corpi sono uguali.*

38) *Trova la lunghezza d'onda della luce monocromatica che incide perpendicolarmente su un reticolo di passo reticolare 2,20 μ m, sapendo che l'angolo fra le direzioni dei massimi del primo e del secondo ordine è 15.0°.*

Soluzioni

1)



$v_a = v_{BT}$ = velocità della barca rispetto alla terra
$v_r = v_{BA}$ = velocità della barca rispetto all'acqua
$v_t = v_{AT}$ = velocità dell'acqua rispetto alla terra

v_a = velocità assoluta (cioè rispetto ad un SR fisso)
v_r = velocità del mobile rispetto al SR in moto
v_t = velocità di trascinamento (velocità del SR mobile rispetto a quello fisso)

La relazione generale è: $\mathbf{v_a} = \mathbf{v_r} + \mathbf{v_t}$

Ovviamente la riva (terra) è il SR fisso e l'acqua che scorre è il SR mobile

x) $\mathbf{v_{a,x}} = - v_{BA}\, \mathbf{i}$
y) $\mathbf{v_{a,y}} = v_{AT}\, \mathbf{j}$ $\qquad v_a = (v_{a,x}^2 + v_{a,y}^2)^{1/2} = 2.2$ m/s

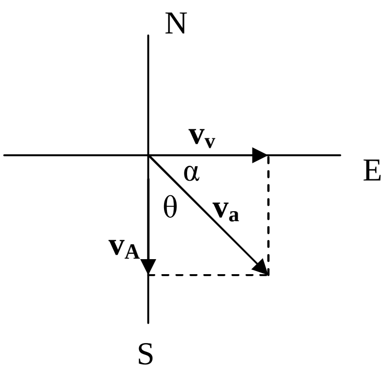
$\alpha = \arctan v_{a,y}/v_{a,x} = - 27°$

$\theta = 90 - 27 = 63$

2)

$\mathbf{v_a} = \mathbf{v_r} + \mathbf{v_t}$
$v_a = (v_r^2 + v_t^2 + 2v_rv_t \cos\theta)^{1/2}$ $\quad$ da cui $\quad \theta = \arccos (v_a^2 - v_r^2 - v_t^2)/2v_rv_t = 73°$
θ è l'angolo fra $\mathbf{v_r}$ e $\mathbf{v_t}$

3)



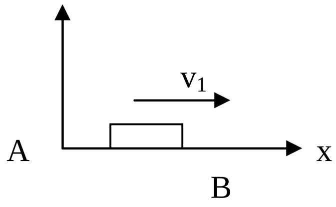
$\mathbf{v_a} = \mathbf{v_A} + \mathbf{v_v}$ $\quad$ x) $v_{a,x} = 120\, \mathbf{i}$
y) $v_{a,y} = - 500\, \mathbf{j}$

$v_a = (500^2 + 120^2)^{1/2} = 514$ km/h
$\alpha = \arctan -500/120 = - 76.5°$
$\theta = 90 - 76.5 = 13.5°$ 13° 30'

4)

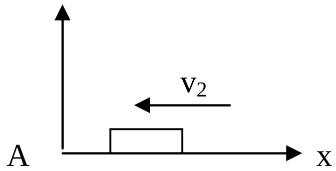
$v_{a,x} = - 120\, \mathbf{i}$ $\qquad v_{a,x}^2 + v_{a,y}^2 = v_A^2 = 120^2 + v_a^2 \quad v_a = (500^2 - 120^2)^{1/2} = 485$ m/s
$v_{a,y} = v_a\, \mathbf{j}$ $\qquad v_a = v_A \cos\theta \quad \theta = \arccos v_a/v_A = \arccos 485/500 = 14°$

5)



$v_1 = v_2 = v$

$AB = \ell$



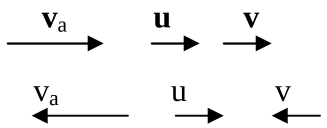
$\mathbf{v_a} = \mathbf{v_r} + \mathbf{v_t}$

$\mathbf{v_r} = \mathbf{v}$ è la velocità dell'aereo rispetto all'aria

$\mathbf{v_t} = \mathbf{u}$ è la velocità del vento

Se l'aereo vola in linea retta vuol dire $\mathbf{v_a} = v_a\,\mathbf{i}$

a) I) volo da A a B



$\mathbf{v_a} = v\,\mathbf{i} + u\,\mathbf{i} = (v+u)\,\mathbf{i}$

$t_1 = s/v_a = \ell/v_a = \ell/(v+u)$

II) volo da B ad A

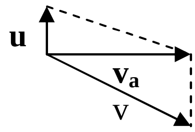
$\mathbf{v_a} = -v\,\mathbf{i} + u\,\mathbf{i} = (-v+u)\,\mathbf{i} < 0$ $t_2 = s/v_a = \ell/|v_a| = \ell/(v-u)$

Il tempo di volo totale è

$t = t_1 + t_2 = \ell/(v+u) + \ell/(v-u) = 2v\,\ell/(v^2-u^2)$

b) $\mathbf{v_{vento}} = \mathbf{v_t} = u\,\mathbf{j}$

I) volo da A a B

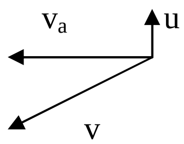


$\mathbf{v_a} = \mathbf{u} + \mathbf{v}$

$v_a = (v^2 - u^2)^{1/2}$

$t_1 = \ell/(v^2 - u^2)^{1/2}$

II) volo da B ad A



$v_a = (v^2 - u^2)^{1/2}$

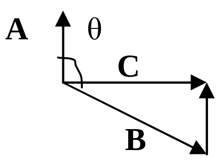
$t_2 = \ell/(v^2 - u^2)^{1/2}$

In totale si ha: $t = t_1 + t_2 = 2\,\ell/(v^2 - u^2)^{1/2}$

N.B.

1) BC deve essere per forza uguale al modulo di **u** in quanto $\mathbf{v_a}$ deve avere solo componente lungo x $\mathbf{v_a} = \mathbf{u} + \mathbf{v} = u\mathbf{j} + v_x\,\mathbf{i} + v_j\,\mathbf{j} = v_x\,\mathbf{i}$ questo implica $v_y = -u$

2) Somma di due vettori



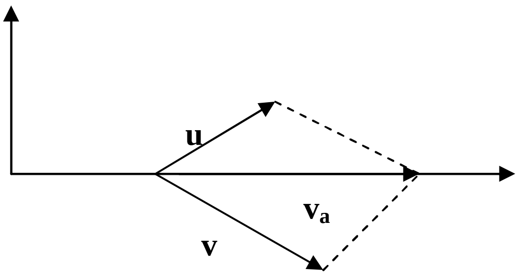
$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$

Nel nostro caso $C = (A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta)^{1/2} = (B^2 - A^2)^{1/2}$ (B è l'opotenusa)

Esempio numerico: A = 5 e B = 15 $C = (5^2 + 15^2 + 2\cdot 15\cdot 5\cdot \cos 109.7°)^{1/2} = 14.14$

ed anche si ha $C = (15^2 - 5^5)^{1/2} = 14.14$ c.v.d.

c)

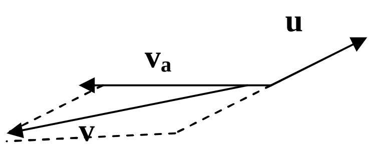


$\mathbf{v_a} = \mathbf{u} + \mathbf{v}$
$= u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} + v_x \mathbf{i} + v_j \mathbf{j}$
$= (u_x + v_x) \mathbf{i}$

$v_y = - u_y$
$v \sin\theta = - u \sin\alpha$
$\sin\theta = -(u/v) \sin\alpha$
$\sin^2\theta = (u^2/v^2) \sin^2\alpha$

$v_a = u \cos\alpha + v \cos\theta = u (1 - \sin^2\alpha)^{1/2} + (v^2 - u^2 \sin^2\alpha)^{1/2}$
$= b + a$ $\quad$ $(b = u(1 - \sin^2\alpha)^{1/2}$
$a = (v^2 - u^2 \sin^2\alpha)^{1/2})$

$t_1 = \ell/(a+b)$



$\mathbf{v_a} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} + v_x \mathbf{i} + v_j \mathbf{j} = (v_x - u_x) \mathbf{i}$

$= v \cos\theta - u \cos\alpha =$ $\quad$ $v_y = - u_y$
$= v (1 - \sin^2\theta)^{1/2} - u (1 - \sin^2\alpha)^{1/2}$
$= v (1 - (u^2/v^2) \sin^2\alpha)^{1/2} - u (1 - \sin^2\alpha)^{1/2}$
$= (v^2 - u^2 \sin^2\alpha)^{1/2} - u (1 - \sin^2\alpha)^{1/2}$
$= a + b$

$t_2 = \ell/v_a = \ell/(a-b)$
Il tempo totale di volo è
$t = t_1 + t_2 = \ell/(a+b) + \ell/(a-b) = 2 a \ell / (a^2 - b^2) =$
$= 2 \ell (v^2 - u^2 \sin^2\alpha)^{1/2} / (v^2 - u^2 \sin^2\alpha - u^2 + u^2 \sin^2\alpha)$
$= (1 - ((u/v)\sin\alpha)^2)^{1/2} \; 2 v \ell / (v^2 - u^2)$

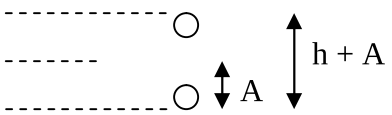
6)

$k_{tot} = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 4k = 24 \cdot 10^4$ N/m

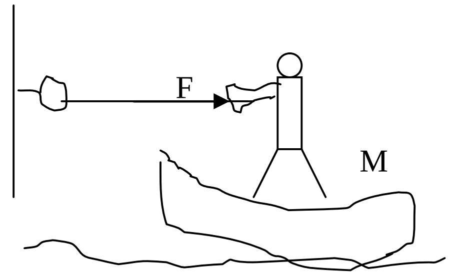
L'energia meccanica si conserva $E_i = E_f$ ossia $E_{k,i} + E_{p,i} = E_{k,f} + E_{p,f}$ ossia $E_{p,i} = E_{p,f}$
$mg(h+A) = ½ k_{tot} A^2$ (A = deformazione massima)
$mgh + mgA - ½ k_{tot} A^2 = 0$
$a A^2 - A - h = 0$ (dove $a = ½ k_{tot}/mg = 14.4$)
$14.4 A^2 - A - 0.5 = 0$

A = 0.22
A = - 0.15 non accettabile

A = 0.22 m



7)



$a = F/m = 100/300 = 0.3\ m/s^2$
$v = at = 0.3 \cdot 3 \cdot = 1\ m/s$

b) Nel caso che si abbia una barca anziché il molo non viene cambiata l'accelerazione che subisce M poichè su di essa agisce sempre la stessa forza, solo che ora l'altra barca si muoverà (al contrario del molo!).

c) I° caso) $L = F \cdot s = 100 \cdot ½ \cdot 0.33 \cdot 3^2 = 150\ J$
$= \Delta\ E_k = ½\ M\ v^2 = ½\ 300 \cdot 1^2 = 150\ J$

II° caso) Ricaviamo v_1: $mv_1 = Mv$ $v_1 = Mv/m = 1.5\ m/s$ (m è la massa dell'altra barca)
Dunque il lavoro sarà: $L = \Delta\ E_k = ½\ Mv^2 + ½\ mv_1 = 150 + ½\ 2000 \cdot 1.5^2 = 375\ J$

8)

$V_0 = 1.1 \cdot 10^3\ m^3$ $\ell = (V_0)^{1/3}$ $\ell = \ell_0\ (1\text{-}v^2/c^2)^{1/2}$ $v = c\ (1\text{-}\ (\ell/\ \ell_0)^2)^{1/2} = 0.66\ c$

9)

$\ell_0 = 81\ m$
$\beta = 0.999975$
$\ell = (1\text{-}\ \beta^2\ )^{1/2} = 81\ (1\text{-}0.999975^2)^{1/2} = 57\ cm$

10)

$\ell_0'/\ \ell_0 = ½$
$\ell' = \ell_0'\ (1\text{-}v'^2/c^2)^{1/2}$ $\ell = \ell_0\ (1\text{-}v^2/c^2)^{1/2}$
Nel momento del sorpasso si ha $\ell' = \ell$ cioè $\ell_0'\ (1\text{-}v'^2/c^2)^{1/2} = \ell_0\ (1\text{-}v^2/c^2)^{1/2}$
$v = c\ ((1\text{-}\ ((\ell_0'/\ \ell)^2) \cdot (1 - (v'/c)^2))^{1/2} = 160\ (\ 1 -(½)^2\ \cdot\ (1 -(½)^2))^{1/2} = 144\ km/h$

11)

$\tau = \tau_0/(1\text{-}v^2/c^2)^{/2}$

$\Delta t' = \Delta t/(1\text{-}v^2/c^2)^{1/2}$
$v = c\ (1 - (\Delta t/\ \Delta t')^2)^{1/2} = c\ (1 - (3/5)^2)^{/2} = 0.80\ c$

Δs^2 è un'invariante
$\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - c\Delta t^2 = \Delta s'^2 = c + \Delta y'^2 + \Delta z'^2 - c\Delta t'^2$
$\Delta x'^2 = c^2\ \ (\Delta t'^2 - \Delta t^2)$
$\Delta x' = 3 \cdot 10^8\ (25\text{-}9)^{1/2} = 12 \cdot 10^8\ m$

12)

$P = m_0 v/(1-v^2/c^2)^{1/2}$ da cui

$$v = \frac{1}{\sqrt{\frac{m_0}{P^2}+\frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{9.31\bullet 10^{-31}}{1.58\bullet 10^{-22}}+\frac{1}{(3\bullet 10^8)^2}}} = 1.5\cdot 10^8 \text{ m/s} = c/2$$

13)

$K = (m-m_0)c^2$ e d'altronde vale la $K = m_0c^2$
dunque $(m-m_0)c^2 = m_0c^2$ da cui $m = 2\ m_0$
$m_0/(1-v^2/c^2)^{1/2} = 2\ m_0$ $v = c(1-1/4)^{1/2} = (\sqrt{3}/2)\ c$

14)

Massa a riposo m_0 $v = 0.5\ c$
$K_{rel} = (m-m_0)c^2 = ((m_0/(1-\beta^2)) - m_0)\ c^2 = m_0c^2\ ((1 - (1-\beta^2)^{1/2}) / (1-\beta^2)^{1/2}) = 0.155\ m_0c^2$
$K_{classico} = ½\ m\ v^2 = ½\ m_0\ (0.5c)^2 = 0.125\ m_0c^2$

$K_{rel}/ K_{classico} = 0.155/0.125 = 1.24$

15)

a) $K = m_0c^2\ ((1/(1-\beta^2)^{1/2}) - 1)$ $K' = mc^2((1/(1-\beta'^2)^{1/2}) - 1)$
$\Delta K = K' - K = m_0c^2\ ((1/(1-\beta'^2)^{1/2}) - (1/(1-\beta^2)^{1/2})) = 8.24\cdot 10^{-14}$ J
$\Delta K/m_0c^2 = ((1/(1-\beta'^2)^{1/2}) - (1/(1-\beta^2)^{1/2})) = 8.24\cdot 10^{-14} / (9.11\cdot 10^{-31}\cdot 9\cdot 10^{16}) = 1.005$
$1/(1-\beta'^2)^{1/2} = 1/(1-0.1^2)^{1/2} + 1.005 = 1.005 + 1.005 = 2.01$
$1/(1-v'^2/c^2)^{1/2} = 2.01$
da cui $v' = 0.86\ c$
$\Delta v = v' - v = 0.86 - 0.1)\ c = 0.768\ c$
b) $p = m_0v / (1-v^2/c^2)^{1/2} = 9.11\cdot 10^{-31}\cdot 0.1\cdot 3\cdot 10^8/(1-0.1^2)^{1/2} = 2.7\cdot 10^{-23}$
$p' = m_0v' / (1-v'^2/c^2)^{1/2} = 9.11\cdot 10^{-31}\cdot 0.86\cdot 3\cdot 10^8 / (1-0.86^2)^{1/2} = 46\cdot 10^{-23}$
$\Delta p = p' - p = 4.4\cdot 10^{-22}$ kg m /s

16)

L'energia cinetica in gioco deve almeno uguagliare l'energia di riposo di p e p* ossia $K = 2m_pc^2$
ciò significa che un protone deve avere un'energia cinetica almeno uguale alla sua energia a riposo
$W_p = m_pc^2$ che come visto nell'esercizio 13) ci dà $v = (\sqrt{3}/2)\ c$

17)

$F = G\ M_Tm/R^2 = mg$ $M_T = gR^2/G$

18)

$F = GM_TM_S/R^2 = M_T\ \omega^2R$ $M_S = \omega^2R^3/G = 4\ \pi R^3/GT^2$

19)

Indicando con OO’ la distanza dei due centri si ha:
OO’ = $2R_1$ $F_1 = Gm_1m_1/(2R_1)^2 = G\, m_1^2/4R_1^2$ ora la domanda è: quanto vale m_2?
$m_2 = \rho V_2 = \rho(4/3)\,\pi R_2^3 = \rho(4/3)\,\pi\,(2R_1)^3 = 8((4/3)\,\pi R_1^3\,\rho) = 8\,m_1$
$F_2 = G\,8m_1\cdot 8m_1/(4R_1)^2 = 4G\,m_1^2/R_1^2$
$F_2/F_1 = 4/(1/4) = 16$ $F_2 = 16\,F_1$

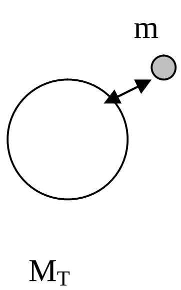
20)

$d_T = 0.1496\cdot 10^{12}$ m $d_M = 0.2280\cdot 10^{12}$ m

$T_T = 1$ anno
$T_T^2/\,d_T^3 = T_M^2/\,d_M^3$ $T_M = ((T_T^2/\,d_T^3)\,d_M^3)^{1/2} = 1.882$ anni

21)

$F = G\,m\,M_T\,/\,R_T^2 = mg = 100\cdot 9.8 = 980$ N



$$P' = F = G\,nM_T/(R_T+h)^2 = (GmM_T/R_T^2)\,/\,((R_T+h)^2/R_T^2)$$
$$= \frac{P}{1+\frac{h^2}{R_T^2}+2\frac{h}{R_T}} = \frac{P}{1+x^2} \approx (1-2x)\,P = (1-222/6400)980 = 973.3 \text{ N}$$

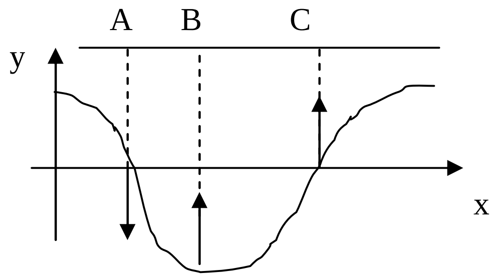
$(x = h/R_T)$

$$P' - P = 973.3 - 980 = -6.7 \text{ N}$$

Il peso di un oggetto di 100 kg diminuisce di circa 7 N portato ad un’altezza di 22 Km
Analogamente si arriva a questo risultato considerando la variazione con R di g:
$g(r) = GM/r^2$ e ponendo $r = R+h$ si riottene il risultato.

22)

a)

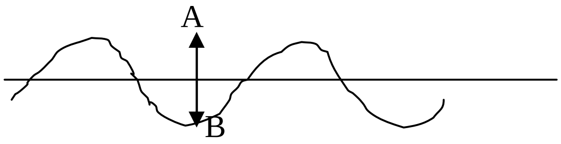


b) L’onda non è longitudinale

23)

$v = \lambda/T$ ma $\lambda = 2\pi/k$ e $T = 2\pi/\omega$ allora si ha $v = \omega/k = 1900/5.72 = 332$ m/s

24)



il moto della particella che oscilla da A a B percorre uno spazio pari al doppio dell'ampiezza dell'onda in un tempo pari a metà del periodo dell'onda dunque la velocità media è

$v = s/t = 2A / (T/2) = 2 \cdot 10^{-4}/0.0005 = 0.4$ m/s

dove $T = 2\pi / \omega = 2\pi / 6272 = 0.001$ s (con $\omega = vk = 339 \cdot 18.5 = 6272$)
Ma l'esercizio chiede non la velocità media ma quella massima, ora sapendo che il moto da A a B è armonico è facile ricordare che per tale tipo di moto la velocità max è
$v = A\,\omega = 1 \cdot 10^{-4} \cdot 6272 = 0.63$ m/s e che si raggiunge nel punto di mezzo fra A e B.

25)

E' la situazione tipica di un effetto Doppler con sorgente ferma e ricevitore (barca) che a) si allontana e b) si avvicina.
$v = 9.0$ m/s $f' = 30$ creste al minuto $= 0.1$ Hz
$f'' = 30$ creste al minuto $= 0.5$ Hz
(1) $f' = ((v-u)/v)\, f$
(2) $f'' = ((v+u)/v)\, f$
Ma attenzione il testo specifica che u > v pertanto nella (1) bisogna considerare il modulo di v-u poiché f è definita positiva!
$f' = (|v-u| / v)\, f$ $|v-u| = \begin{cases} -v+u & \text{se } v < u \\ v-u & \text{se } v > u \end{cases}$
$f'' = ((v+u)/v)\, f$

$f' = ((-v+u) / v)\, f$
$f'' = ((v+u)/v)\, f$

da cui $f = 0.1\, v / (-v+9)$
$f = 0.5v/(v+9)$ e quindi uguagliando: $0.1\, v / (-v+9) = 0.5v/(v+9)$
$0.1v + 0.9 = 4.5 + 0.5v$ $v = 3.6/0.6 = 6$ m/s $f = 0.5 \cdot 6/(6+9) = 0.2$
$\lambda = v/f = 6/0.2 = 30$ m

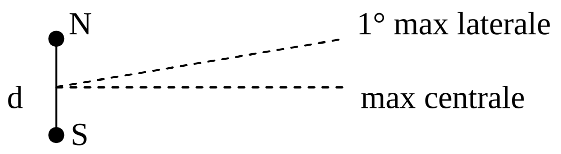
26)

I massimi si hanno per $\sin\alpha = k\, \lambda/d$
$k = 0$ $\sin\alpha = 0$ $\alpha = 0°$
$k = 1$ $\sin\alpha = \lambda/d$ $\alpha = \arcsin 2/5 = 24°$
$k = 2$ $\sin\alpha = 2\,\lambda/d$ $\alpha = \arcsin 4/5 = 53°$

27)

$k = 0$ $\alpha = 0°$
$k = 3$ $\alpha = 0.52°$
$\sin 0.52 = 3\,\lambda/d$ $\lambda = 0.15 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 0.52/3 = 4.5 \cdot 10^{-7}$ m

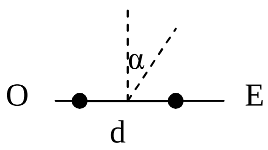
28)



$\sin\alpha = k\,\lambda/d$

$\lambda = d \sin\alpha / k = 5\cdot10^{-3}\cdot\sin 30 /1 = 2.5\cdot10^{3}$ m $\qquad f = c/\lambda = 3\cdot10^{8}/(2.5\cdot10^{3}) = 1.2\cdot10^{5}$ Hz

29)



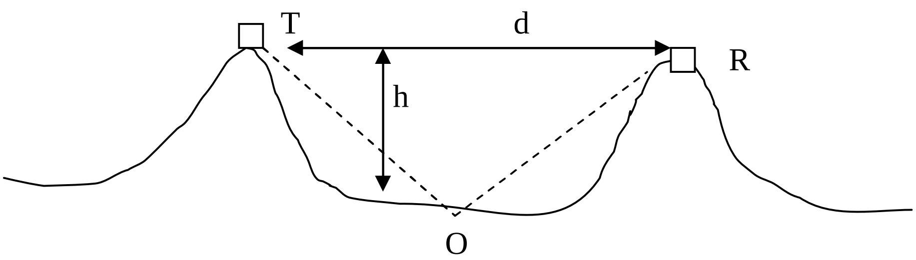
Condizione di minimo: $\sin\alpha = ((2k+1)/2)\,\lambda/d$

$\lambda/d = 3\cdot10^{3}/(6\cdot10^{3}) = 0.5$

k = 0 $\quad \sin\alpha = ½\ 0.5 = 0.25 \quad \alpha = \pm 14°$

k = 1 $\quad \sin\alpha = (3/2)\ 0.5 = 0.75 \quad \alpha = \pm 48°$

30)



Onde Radio $\nu_{max} = 100$ MHz

ricordandosi $c/\lambda = \nu$ a questa frequenza corrisponde una lunghezza d'onda $\lambda \equiv \lambda_{min} = 3$ m

L'unica situazione di onde riflesse che arrivino in R è quella del disegno, dove O è il punto medio

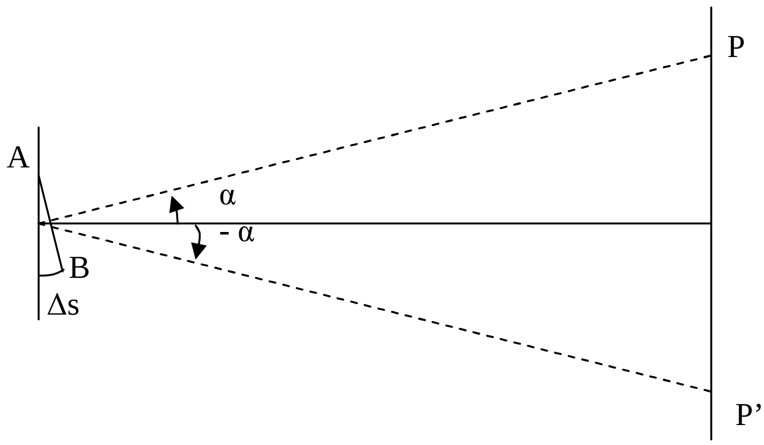
$OR = (h^2 + (d/2)^2)^{1/2} = (200^2 + (20\cdot10^3/2)^2)^{1/2} = 10002$ m

In totale il raggio riflesso TOR percorre 4 m in più rispetto al raggio diretto TR, e tenendo conto che nella riflessione il valore della fase viene capovolto si ha che in R arrivano onde di sfasate spazialmente di 4 m in modo distruttivo.

Per $\lambda = 4$ m si ha $\nu = c/\lambda = 75$ MHz

Quindi andranno evitate le onde a 75 MHz

31)



$AB = d = 30$ km
$v = 2.0 \cdot 10^5$ Hz
$\lambda = c/v = 1500$ m
$\lambda/4 = 375$ m

B emette con un ritardo spaziale di $\lambda/4$, dunque per arrivare in dase con A in P l'omda deve fare più strada ed esattamente 375 m
Dunque: $\Delta\varphi = 2\pi\, \Delta s/ \lambda = 2\pi\, (d \sin\alpha + 375) / \lambda = k\ 2\pi$

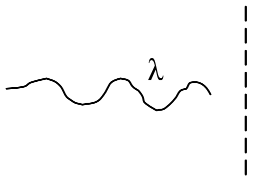
$\sin\alpha = (k\,\lambda + 375) / d$
(con il segno + oppure – a secondo che consideriamo l'interferenza in P o P')

n = 0 $\alpha = \arcsin(-375/3000) = -7°$

$$\left.\begin{array}{ll} n = 1 & \alpha = \arcsin((1500 - 375)/3000) = 22° \\ n = 2 & \alpha = \arcsin(3000 - 375)/3000) = 61° \end{array}\right\} \text{sopra}$$

$$\left.\begin{array}{ll} n = 1 & \alpha = \arcsin((3000+ 375)3000) = -39° \\ n = 2 & \alpha = \text{non esiste} \end{array}\right\} \text{sotto}$$

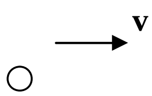
32)



$\lambda = 650$ nm
N = 400 fenditure/mm

$d = 1/400 = 0.0025$ mm $= 24 \cdot 10^{-7}$ m
$\sin\alpha = k\,\lambda/d$ con $k = 1$ si ha $\alpha = \arcsin 650 \cdot 10^{-9}/(25 \cdot 10^{-7}) = 15°$
I valori di k sono limitati dalla condizione $k \le d/\lambda = 25/6.5 = 3.8$
dovendo k essere un intero si ha $k \le 3$
Quindi i massimi osservabili sono 7
Tre sopra e tre sotto più il massimo centrale (k=0)

33)

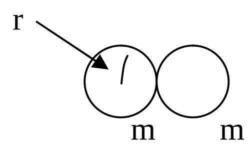


m
La variazione di E_k del sistema è il lavoro compiuto $L = \Delta E_k = ½\, m v^2 = ½ \cdot 2 \cdot 5^2 = 5$ J
Ora il presenza di ghiaccio si ha:
$½\, m v_1^2 + ½\, M v_2^2 = 25$
$m v_1 = M v_2$

$m v_1^2 + M v_2^2 = 50$
$v_1 = (M/m)\, v_2 = 25\, v_2$ da cui $v_2 = 0.2$ m/s e $v_1 = 25 \cdot 0.2 = 4.9$ m/s questa è una velocità assoluta.
quindi
$v_1^a = v_1^r + v_1^t$ ma $v_1^t = v_2$ dunque $v_1^a = v_1^r - v_2$
$v_1^r = v_1^a + v_2 = 4.9 + 0.2 = 5.1$ m/s

34)

a)



$F = G\, m^2/(2r)^2 = G\, n^2/4r^2$

b) $F' = G\, k^2 m^2/4r'^2$

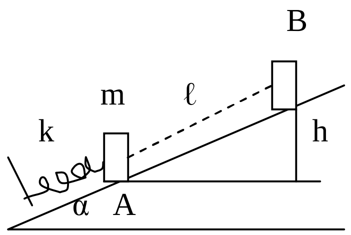
calcoliamo ora r' considerando che che la densità è cost. ρ = cost.

$\rho = M/V = km/V' = m/V$

$m/(4/3)\, \pi\, r^3 = km/(4/3)\, \pi\, r'^3 \quad r' = r(k)^{1/3}$ per cui F diventa

$F' = G\, k^2 m^2/4r^2 (k)^{2/3}\, G = k^{4/3} m/4r^2$ da cui $F'/F = k^{4/3}$

35)



$E_k^A = E_k^{iniz} = 1.5$ J

$E_k^B = L_{fin} = 1.5$ J

Dividiamo il problema in due fasi

I) moto A $\longrightarrow$ B c'è attrito ma vale sempre il teorema delle forze vive $L = \Delta E_k$

$L^{AB} = Ek^f - E_k^i = - E_k^A$ ($v_f = 0$) = - 1.6 J LAvoro negative: infatti la componente di P lung oil moto ha verso contrario ad esso, così anche l'attrito.

$L^{AB} = - mg\ell \sin\alpha - \mu mg\ell \cos\alpha = -mgh - \mu mgh \operatorname{cotg}\alpha$ (essendo $\ell = k/\sin\alpha$)

II) moto da B $\longrightarrow$ A

$L^{BA} = E_k^{fin} - E_k^{ini} = E_k^{fin} = E_k^B = 0.4$ J

Riassumendo

$- mgh - \mu mgh \operatorname{cotg}\alpha = - mgh(1+\mu \operatorname{cotg}\alpha) = - E_k^A$ (1)

$mgh - \mu\, mgh \operatorname{cotg}\alpha = mgh\, (1 - \mu \operatorname{cotg}\alpha) = E_k^B$ (2)

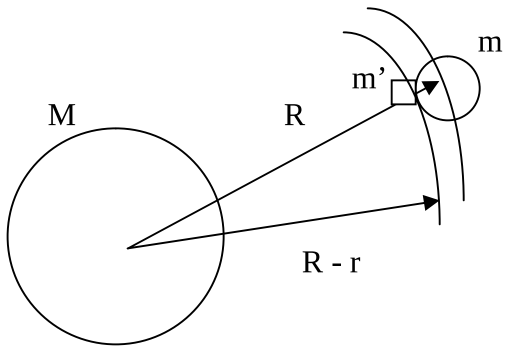
sottraendo (1) dalla (2) si ha $h = E_k^A - E_k^B / 2mg = (0.4+1.6) / (2\cdot 0.2\cdot 9.8) = 0.51$ m

$\ell = 0.5/\sin 30° = 1.0$ m

sommando

$\mu = (E_k^A - E_k^B) / 2mgh \operatorname{cotg}\alpha = 0.35$

36)



M è la massa del pianeta
m è la massa della luna
m’ è la massa della pietra sulla luna

$R >> 2r$ (r è il raggio della luna)

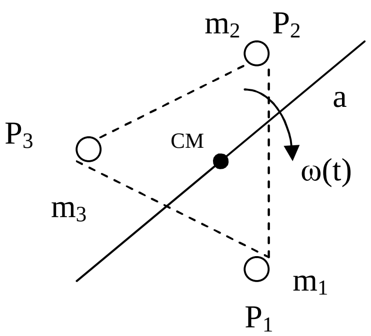
Il periodo di rivoluzione di m’ rispetto ad M è esattamente il periodo di m in quanto m volge sempre la stessa faccia ad M. pertanto possiamo scrivere:

$GMm/R^2 = m\,(4\,\pi^2/T^2)\,R \qquad T^2 = 4\pi^2\,R^3/GM$

Ora si ha che la sommatoria delle forze su m’ deve uguagliare la forza centrifuga: $\Sigma F_i = m\,\omega^2 R$
Moto circolare uniforme-

$GMm'/(R-r)^2 - Gmm'/r^2 = m'(4\pi^2/T^2)\,(R-r) = m'(4\pi^2/4\pi^2R^3)\,GM\,(R-r)$
$M/(R-r)^2 - m/r^2 = M(R-r)/R^3$
$M/R^2\ \ (1+2r/R) - m/r^2 = MR/R - Mr/R^3$
$M/R^2 + 2Mr/R^3 - m/r^2 = M/R^2 - Mr/R^3$
da cui finalmente $(R/r)^3 = 3M/m$ c.v.d.

37)



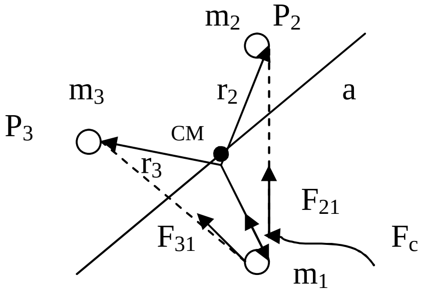
a) Il sistema è isolato dunque l’energia meccanica è cost.

$$½\,I\,\omega^2 + E_p = cost \qquad (1)$$

$(E_{k,interna} = 0)$

Il triangolo si muove in modo da mantenere invariata la forma ossia le distanze fra le masse per cui E_p (funzione delle distanze) è costante e lo è anche I, dunque la (1) implica $\omega(t) = cost$

b) Dimostriamo che il triangolo è equilatero



In un sistema non inerziale che ruota attorno ad un asse passante per il CM come sappiamo vale la relazione

$$F_{centriguga} + F_{31} + F_{21} = 0$$

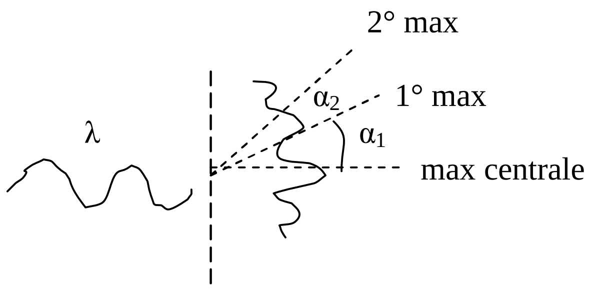
$$m_1\omega^2\mathbf{r_1} + (Gm_1m_3/r_{13}^3)\,(\mathbf{r_3}-\mathbf{r_1}) + (Gm_1m_2/r_{12}^3)\,(\mathbf{r_2}-\mathbf{r_1}) \qquad (1)$$

D'altronde per la scelta che abbiamo fatto per il SR centrato sul CM si ha per definizione di CM;
$m_1\mathbf{r_1} + m_2\mathbf{r_2} + m_3\,\mathbf{r_3} = 0$ (2)
dall (1) e dalla (2) con qualche passaggio si arriva a

$$\vec{r}_1 m_1\left(\omega^2 - \frac{Gm_2}{r_{12}^{\;3}} - \frac{Gm_3}{r_{13}^{\;3}} - \frac{Gm_1}{r_{12}^{\;3}}\right) + \vec{r}_3\left(\frac{1}{r_{13}^{\;3}} - \frac{1}{r_{12}^{\;3}}\right)Gm_1 m_3 = 0$$

Essendo i vettori $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_3}$ non collineari le parentesi devono essere nulle e cioè deve essere $r_{13}= r_{12}$
analogamente per P_2 e P_3 si trova $r_{23} = r_{12}$ ed anche $r_{13}= r_{23}$
In conclusione le tre distanze devono essere uguali: trangolo equilatero e deve essere $GM = \omega^2 r^3$
infatti la prima parentesi era $\omega^2 - Gm_2/r^3 - Gm_3/r^3 - Gm_1/r^3 = 0$ da cui $\omega^2 r^3 = GM$
Il sistema può quindi ruotare come un corpo rigido se e solo se le distanze fra i punti materiali sono uguali e la velocità angolare è costante e con valore $\omega = (GM/r^3)^{1/2}$

38)



$\alpha_1 - \alpha_2 = 15°$

$\sin\alpha_1 = \lambda/d$
$\sin\alpha_2 = 2\,\lambda/d$

$\lambda/d = \sin\alpha_1$
$\lambda/d = \sin\alpha_2 / 2$

$2\sin\alpha_1 = \sin\alpha_2$ $\quad \alpha_2 = \alpha_1+15°$
$2\sin\alpha_1 = \sin(\alpha_1+15°) = \sin\alpha_1\cos 15° + \cos\alpha_1 \sin 15°$
$\sin\alpha_1 = 0.483\sin\alpha_1 + 0.129\cos\alpha_1$
$\alpha_1 = \arctan 0.129/0.517 = 14°$
$\lambda = d\sin\alpha_1 = 2.2\cdot10^{-6}\sin 14° = 0.533\ \mu m$

VOL. 3 – Panorama e Frontiere - CAP. 2
Energia calore, ordine e disordine

1) *La pressione dell'aria contenuta in un recipiente sigillato vale 100 kPa a una temperatura di 0 °C . Quanto vale la pressione dell'aria quando si trova a 20° C?*

2) *Un recipiente è chiuso da un pistone di area pari a 3,00 cm^2 che esercita sul gas contenuto nel recipiente una pressione di 3,00 kPa. Se il gas inizialmente si trova a 0 °C, di quanto bisogna aumentare la temperatura affinché il volume resti invariato, quando sul pistone viene aggiunta una massa di 16,8 g?*

3) *Calcola la temperatura di 5 mol di gas perfetto che si trova alla pressione di 70 kPa in un recipiente di volume 0,2 m^3.*

4) *Quante molecole ci sono in un recipiente di 15 m^3 che contiene un gas alla temperatura di 0 °C e alla pressione di 100 kPa?*

5) *Un gas perfetto di massa pari a 12 g occupa un volume di 4,0 litri quando la temperatura vale 7 °C. La temperatura del gas viene portata a 147 °C mantenendo la pressione costante. Quanto vale ora la densità del gas?*

6) *Un telefono cellulare collegato alla rete elettrica durante la fase di ricarica delle batterie, può essere considerato un sistema che si trova in uno stato di equilibrio termodinamico?*

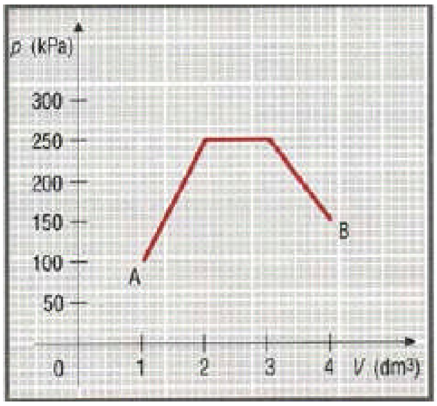
7) *Una sostanza insetticida viene spruzzata da una bomboletta spray. La trasformazione reale che il gas subisce può essere approssimata con una trasformazione quasistatica?*

8) *Un gas perfetto monoatomico è contenuto in un recipiente chiuso da un pistone a tenuta. Con una trasformazione quasistatica viene dimezzata la pressione esercitata da gas sulle pareti. Durante il processo la variazione di volume è pari alla metà di quella che si otterrebbe in una trasformazione isoterma. Di quanto è variata percentualmente la temperatura?*

9) *A un sistema termodinamico vengono forniti 275 J di calore. Se l'energia interna aumenta di 25 J, calcola quanto lavoro viene compiuto dal sistema.*

10) *L'energia interna di un gas perfetto, in una trasformazione adiabatica, aumenta di 50 J. Quanto lavoro ha compiuto?*

11) *Determina il lavoro compiuto, la variazione di energia interna e la quantità di calore assorbita da un gas perfetto monoatomico che passa dallo stato A allo stato B mediante la trasformazione termodinamica indicata nel grafico.*



12) *Un gas perfetto alla temperatura di 50 °C e alla pressione di 100 kPa subisce una trasformazione isocòra e in seguito una trasformazione isoterma. Sapendo che al termine del processo la pressione è triplicata e il volume è dimezzato, calcola la pressione del gas alla fine della trasformazione isocòra e la temperatura finale del gas.*

13) *Calcola la variazione entropia subita da 100 g di ghiaccio che passa allo stato liquido.*
(Il calore latente di fusione dell'acqua vale 0,33 MJ kg-1.)

14) *In una trasformazione isoterma un sistema termodinamico sviluppa un lavoro di 60 J e l'energia interna aumenta di 45 J. Sapendo che l'entropia del sistema è aumentata di 0,35 J/K, quanto vale la temperatura assoluta alla quale è avvenuta la trasformazione?*

15) *Un pistone comprime in maniera isotermica a 27 °C un gas (perfetto) contenuto in un recipiente. Sapendo che è stato necessario compiere un lavoro di 510 J, calcola la variazione di entropia subita dal gas.*

16) *Un sistema è formato da due serbatoi di calore mantenuti alla temperatura costante rispettivamente di -23 °C e di 27 °C. Se quello a temperatura più bassa fornisce il 3×10^3 J di calore all'altro, di quanto è variata l'entropia del sistema?*

17) *Determina l'energia cinetica media (traslatoria) di 3,0 mol di gas ossigeno che in un recipiente di 2,00 dm3 esercita una pressione di 180 kPa.*

18) *Determina l'energia cinetica media (traslatoria) delle molecole di azoto, se la temperatura vale 300 K.*

19) *Determina la massa molecolare di un gas perfetto, sapendo che alla temperatura di 0 °C la velocità media delle particelle vale 1,0 km/s.*

20) *La massa molecolare dell'ossigeno O_2 vale $5,32 \times 10^{-26}$ kg. Se la velocità media delle molecole passa da 476 m/s a 521 m/s, di quanti gradi aumenta la temperatura del gas?*

21) *In una trasformazione termodinamica di un sistema, l'entropia è aumentata di $1,14 \times 10^{-22}$ J/K. Quante volte è aumentato il numero dei possibili microstati del sistema?*

***22)** Determina quante volte aumenta il numero dei possibili microstati per 100 g di ghiaccio che passano allo stato liquido. (Il calore latente di fusione dell'acqua vale 0,33 KJ kg^{-1}.*

***23)** Se n moli di una certa sostanza in determinate condizioni termodinamiche possono assumere W possibili microstati, quanti sono i microstati di una mole di quella sostanza nelle stesse condizioni?*

***24)** Una riserva idrica, situata a un'altezza di 50 m rispetto a una turbina, viene impiegata per produrre energia elettrica che viene inseguito utilizzata da una pompa per sollevare acqua in un recipiente. La massima altezza a cui riesce a mandare l'acqua è 40 m. Determina, in percentuale, quanta energia viene resa «incoerente? »*

***25)** Una cassiera da laboratorio è composta da masse campione di ottone, una per ognuna delle taglie di seguito elencate, alloggiate su una base in legno: 1 kg, 500 g, 200 g, 100g, 50 g, 20 g, 10 g, 5 g, 2 g, 1 g, 500 mg, 200 mg, 100 mg, 50 mg, 20 mg, 10 mg. Tutte le masse hanno un proprio specifico alloggiamento nella base in legno. Calcola l'entropia dello stato della cassiera definito dalla condizione: «tutte le masse campione multiple del grammo stanno nei rispettivi alloggiamenti, le altre sono distribuite a caso».*

***26)** Un pistone termicamente isolante divide inizialmente un cilindro, lungo 100 cm, in due parti eguali. In ciascuna delle due parti viene immessa la stessa quantità di sostanza di un gas perfetto, alla temperatura di 300 K e alla pressione di 100 kPa. Quanto bisogna riscaldare il gas che si trova in una delle due parti per far spostare il pistone di 10 cm, ammettendo che la temperatura del gas nell'altra parte del cilindro sia, alla fine, invariata? Quanto vale la pressione finale del gas in ciascuna delle due parti?*

***27)** La seguente reazione chimica: C (grafite) + 1/2 O_2 $\Longrightarrow$ CO*
Viene detta isotermica poiché libera 110 J di calore per ogni mole di grafite (solida) che viene fatta reagire, quando avviene alla temperatura ambiente di 25 °C e alla pressione atmosferica. Sapendo che una mole di grafite occupa un volume di 5,3 cm^3, trova di quanto differisce l'energia interna del prodotto (CO) rispetto a quella dei reagenti. (Nelle condizioni del problema si può assumere che i gas si comportino come gas perfetti).

***28)** (Esame di ammissione alla Scuola Normale di Pisa, 1982). Si consideri un sistema costituito da «nubi» di idrogeno atomico immerse in un mezzo meno denso e più caldo. Si faccia l'ipotesi che lo scambio di calore tra le nubi e l'esterno sia trascurabile. Il presente modello è sotto alcuni aspetti analogo a un modello proposto per il mezzo interstellare. Si consideri una nube sferica in equilibrio, di raggio R = 10^{19} cm, di densità n 10 atomi/cm^3 e di temperatura media T =100 K.*

a) Mostra che le forze gravitazionali interne alla nube stessa non hanno rilevanza per l'equilibrio.
b) Valuta la pressione del mezzo circostante e osserva quanto è piccola rispetto alla pressione atmosferica.
c) Considera l'urto di due nubi identiche che si scontrino con velocità relativa di 4 km/s formando un'unica nube di massa doppia e valuta l'energia sviluppata.
d) Stima volume e temperatura della nube così formata, nell'ipotesi che l'energia liberata sia tutta utilizzata a innalzare la temperatura della nube.

29) *Un sistema è formato da due carrelli, di massa rispettivamente m_1= 0,5 kg e m_2=1,5 kg, che si muovono lungo una stessa direzione e in verso opposto con velocità v_1= v_2= 2 m/s. Supponendo che i due carrelli si urtino in maniera totalmente anelastica alla temperatura ambiente circostante di 27 °C e che tutta l'energia meccanica macroscopica dissipata nell'urto venga assorbita dai carrelli stessi, determina la variazione di entropia del sistema.*

Soluzioni

1)

Il recipiente è sigillato, dunque V = cost, ed allora: $T/P = T_1/P_1$ $P_1 = (T_1/T)\, P = 107$ kPa

2)

Come prima si ha $T/P = T_1/P_1$ $T_1 = (P_1/P)\, T$
dove ora $P_1 = P + mg/A = 3\cdot10^3 + 16\cdot8\cdot10^{-3}\cdot9.8 / (3\cdot10^{-4}) = 3.55\cdot10^3$ Pa
$T_1 = (3.55\cdot10^3/(3\cdot10^3))\ 273 = 323°K = 50°C$

3)

$T = PV/nR = 70\cdot10^3\cdot0.2/(5\cdot8.3) = 337°K = 64°C$

4)

$n = PV/RT = 100\cdot10^3\cdot15/(8.3\cdot273) = 662$ moli $N = nN_A = 662\cdot6\cdot10^{23} = 4\cdot10^{26}$ molecole

5)

$V_1 = (T_1/T)\, V = (420/280)\ 4\cdot10^{-3} = 6\cdot10^{-3}\ m^3 = 6\ \ell$

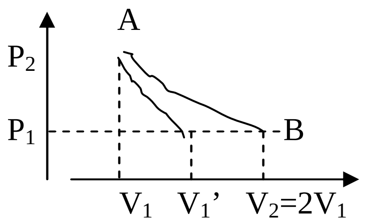
6)

NO Le reazioni chimiche all'interno delle batterie fanno variare la composizione del sistema.

7)

NO Non è possibile definire la pressione.

8)



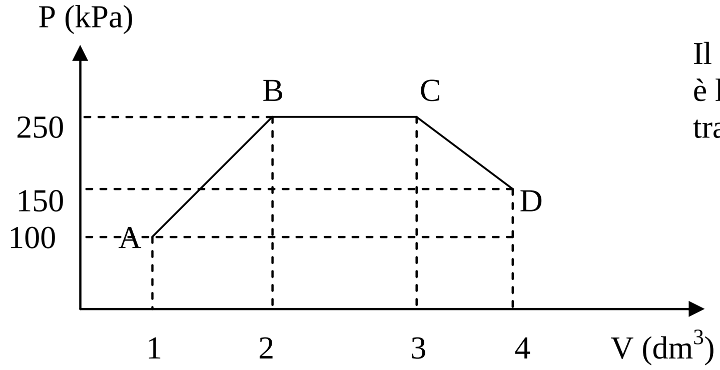
$P_2 = ½\, P_1$ Variazione quasi-statica
Caso Isobaro
$P_1V_1 = P_2V_2$
$V_2 = (P_1/P_2)\, V_1 = (2P_2/P_2)\, V_1 = 2V_1$ il volume finale raddoppia
Caso Quasi-Statico
$P_1V_1 = nRT_1$ $P_2V_2 = nRT_2$
$(T_f - T_i)/T_1 = (T_2 - T_1) / T_1 = ((P_2V_2'/nR) - (P_1V_1/nR)) / (P_1V_1/nR) = (P_2V_2' - P_1V_1) / P_1V_1 =$
$= (0.5P_1\cdot1.5V_1 - P_1V_1) / P_1V_1 = - 0.25 = - 25\%$

9)
Q fornito al sistema è positivo $Q > 0$
I° Principio $\Delta V = Q_{tot} - L_{tot}$
$L_{tot} = - \Delta U + Q_{tot} = 275 – 25 = 250$ J
Questo L_{tot} è il lavoro compiuto dal sistema, ricordiamo che vale la relazione $L = - L^{(ext)}$

10)

$\Delta U = 50$ J
$Q = 0$ (Trasformazione adiabatica)
$\Delta U = - L = + 50$ J
$L = - 50$ J è l'ambiente che compie lavoro sul sistema.

11)

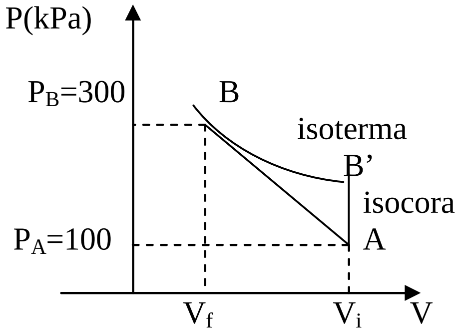


Il lavoro totale compiuto dal sistema è l'area sottesa dalla curva della trasformazione ABCD

$L_{tot} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 = ½\ 10^{-3}·150·10^3 + 10^{-3}·150·10^3 + ½\ 10^{-3}·100·10^{-3} + 10^{-3}·50·10^3 +$
$+ 3·10^{-3}·100·10^3 = 75 + 150 + 50 + 300 + 50 = 625$ J

Per il calcolo della variazione di energia interna si ricordi che $\Delta U = (3/2)$ n RT (gas perfetto monoatomico), dove $\Delta T = T_D – T_A = (P_DV_D – P_AV_A) / nR$
$nR\ \Delta T = P_DV_D – P_AV_A = 150·10^3·4·10^{-3} – 100·10^3·10^{-3} = 500$
$\Delta U = (3/2\ 500 = 750$ J
$Q = \Delta U + L = 750 + 625 = 1375$ J

12)



$T_A = 50$ °C = 323 °K
$P_A = 100$ kPa

Il problema non cambia se cambiano il numero di moli, pertanto supporremo n= 1

$P_A\ V_A = n\ RT_A$ $V_A = 8.3·323/10^5 = 26.8$ ℓ
$T_B = P_B\ V_B/nR = (300·10^3·13.4·10^{-3}) / 8.3 = 484.5$ °K = 212 °C
Calcoliamo ora $P_{B'}$ a tal uopo usiamo le seguenti relazioni: $P_AV_A = nRT_A$ e $P_{B'}V_{B'} = nRT_{B'}$
da cui ricaviamo $T_A/P_A = T_{B'}/P_{B'}$ ma $T_B=T_{B'}$ dunque $P_{B'} = (T_B/T_A) P_A = 150$ kPa

13)

$\Delta S = Q/T$ la fusione avviene a T = cost. = 0°
$Q = Q_L\ m = 0.33 \cdot 10^6 \cdot 0.1 = 33$ kJ
$\Delta S = 33 \cdot 10^3/273 = 1.2 \cdot 10^2$ J/°K

14)
$Q = \Delta U + L = 45 + 60 = 105$ J
$T = Q/\ \Delta S = 105/0.35 = 300$ °K

15)

Isoterma: $\Delta U = 0$
$- Q = - L = 510$ J
$\Delta S = -Q/T = - 1.7$ J/°K

16)

$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = - Q_1/T_1 + Q_2/T_2 = - 3 \cdot 10^3/250 + 3 \cdot 10^3/300 = - 2$ J/°K

17)

$T = PV/nR = 14$°K
$(2/3)\ N\ E_k = nRT \quad E_k = (3/2)\ nRT/N = (3/2)\ (3 \cdot 8.3 \cdot 14)/(18.06 \cdot 10^{23}) = 29 \cdot 10^{-23} = 3 \cdot 10^{22}$ J

18)

$E_k = (3/2)\ k_B T = (3/2)\ 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 6.21 \cdot 10^{-21}$ J

19)

$v = (3k_B T/m)^{1/2}$ da cui $m = 3k_B T/v^2 = 3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273/(10^3)^2 = 1.13 \cdot 10^{-26}$ kg

20)

$v_1 = 476$ m/s
$v_2 = 521$ m/s
$m_{O2} = 5.32 \cdot 10^{-26}$ kg
$T_1 = v_1^2 m/3k_B = \dots = 18$ °C
$T_2 = v_2^2\ m\ /3k_B = \dots = 76$ °C
$\Delta T = 58$ °C

21)

$S_A = k_B \log w_A$
$S_B = k_B \log w_B$
$\Delta S = S_B - S_A = k_B (\log w_B - \log w_A)$
$\log (w_B/w_A) = \Delta S\ /\ k_B = 1.14 \cdot 10^{-22}/(1.38 \cdot 10^{-23}) = 8.26$
$w_B/w_A = e^{8.26} = 4 \cdot 10^3$

22)

$Q_L = 0.33$ MJ/kg
$Q = m\, Q_L = 0.1 \cdot 0.33 \cdot 10^6 = 33$ kJ
$\Delta S = Q/T = 33 \cdot 10^3/273 = 121$ J/°K
$\log(w_B/w_A) = \Delta S / k_B = 121 / (1.38 \cdot 10^{-23}) = 8.768 \cdot 10^{24}$

$\frac{w_B}{w_A} = e^{8.768 \cdot 10^{24}} \simeq 10^{3.8 \cdot 10^{24}}$ (essendo $e^{8.77} \approx 10^{3.8}$)

23)

n moli $\longrightarrow$ w microstati
1 mole $\longrightarrow$? microstati

(Vedi Pag. 211 Vol.2)
La molteplicità del sistema è data dal prodotto $w_A \cdot w_B$, quindi se una mole ha q microstati n moli avranno w^n microstati, perciò nel nostro caso si ha
n° di microstati di una mole = $\sqrt[n]{w}$

24)

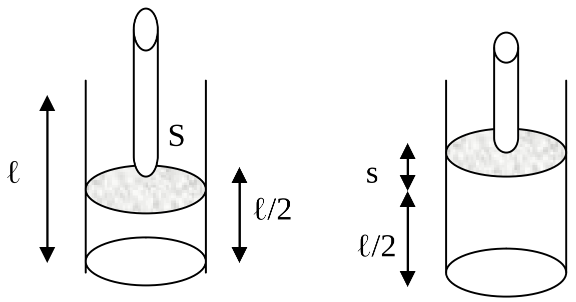
La percentuale di energia incoerente è
$1 - Mgh_1/Mgh_2 = 1 - 40/50 = 1 - 0.8 = 20\%$ (energia persa).

25)

Le unità di massa multiple del grammo sono 10 mentre le sottomultiple sono 6.
E' ovvio che le masse multiple del grammo non contribuiscono all'entropia in quanto sono fisse nei loro alloggiamenti, allora la domanda è qual è l'entropia di 6 oggetti disposti a caso?
Occorre sapere quanti sono i vari modi di disporre i 6 oggetti, la matematica combinatoria ci dice il modo di disporre n oggetti (permutazione) è n!, dunque avremo 6! = 720 modi diversi di disporre le masse inferiori al grammo, l'entropia è allora

$S = k_B \log w = 1.38 \cdot 10^{-23} \log 720 = 9.1 \cdot 10^{-23}$ J/°K

26)



stato 1) $P_1V_1 = nRT_1$
stato 2) $P_2V_2 = nRT_2$
$P_1V_1/T_1 = P_2V_2/T_2$ ma $T_1=T$ e $P_1=P_2$ (all'equilibrio)
dunque: $T_2 = (V_2/V_1)\ T$
$T_2 = S(\ell/2 + s) / S(\ell/2 – s) = (0.6/0.4)\ 300 = 450°K$
Ora per ircavare P_{finale} scriviamo l'equazione di stato prima e dopo nella metà superiore
$PV = nRT$
$P_1V_1 = nRT_1$ da cui $P_2 = (V_1/V_2)\ P_1 = (0.8/(0.5-0.1))\ 100\cdot10^3 = 125$ kPa

27)

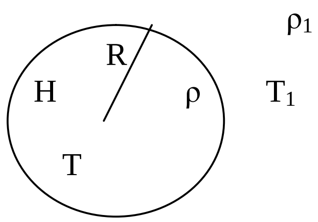
$\rho_{grafite} + ½\ O_2 \longrightarrow CO$ + Energia
Reazione esotermica che libera 110 J per ogni mole di grafite (solido)
$E = Q = 110$ J
volume grafite: 1 mole = 5.3 cm^3
$\Delta U = U_{CO} – (U_C + U_{1/2Oc}) = Q – L$
$L = P\ \Delta V$ (la pressione infatti rimane costate)
$\Delta V = V_F – V_i = 22.5 – (0.0053\ \ell + 8\ \ell)$

$Q < 0$ (il sistema cede calore)

$\Delta U = - 110 – 101.000(24.5-12.255) = - 1.35$ kJ

(Si ricorsi che il volume di una mole di gas perfetto a T = 298°K è V = 8.3·298/101000 = 24.5 ℓ).

28)



$\rho_1 < \rho \approx 10$ atomi/cm^3
T = 100°K
$R = 10^{-16}$ cm $= 10^{-17}$ m

a)
Energia gravitazionale (potenziale) degli atomi più esterni nella nube (quelli di raggio R)
$E_g = - G\ M_H/R = - 6.67\cdot10^{-11}\ (1.67\cdot10^{-27}/10^{17}) = - 11\cdot10^{-55}$ J
Energia cinetica media (termica) $E_k = (3/2)\ k_BT = (3/2)\ 1.38\cdot10^{-23}\cdot100 = 2\cdot10^{-21}$ J
Quindi come si vede $E_g << E_k$ per cui l'attraazione gravitazionale non ha effetti sull'equilibrio della nube di idrogeno.

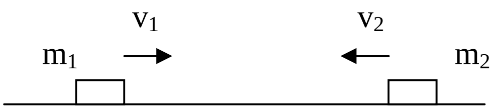
b)
All'equilibrio si deve avere: Pressione interna (P_i) = Pressione esterna (P_e)
poniamo per semplicità $P_e \equiv P$
Si ha:
$PV = nRT$ $P = nRT/V = nN_Ak_BT/V = Nk_BT/V = (\rho V/V)\ k_BT = 10\cdot10^{-6}\cdot1.38\cdot10^{-23}\cdot10^2 = 1.4\cdot10^{-14}$ Pa

essendo $P_{atm} \approx 10^5$ Pa si ha $P_{atm}/P \approx 10^{19}$!

c)
L’energia cinetica dell’urto è la somma dell’energia cinetica di ciascuna nube con velocità calcolata rispetto al c.m. v_{cm} che è metà della velocità relativa
$v_{cm} = 2 \cdot 10^3$ m/s
m = Nm’
N = n° di atomi presenti nella nube
m’ = massa di atomo di H = $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg
N = 10 (atomi/cm^3) (4/3) π $(10^{19} cm^3)^3 = 41.87 \cdot 10^{57}$ atomi
m = $7 \cdot 10^{31}$ kg (massa di una nube)
$E_k = ½\, m\, v_{cm}^2 + ½\, m\, v_{cm}^2 = m\, v_{cm}^2 = 7 \cdot 10^{31} \cdot (2 \cdot 10^3)^2 = 2.8 \cdot 10^{38}$ J

d)
Ricaviamo prima T e poi V
$U = (3/2)\, N\, k_B\, T = (3/2)\, 2 \cdot 41.87 \cdot 10^{57} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\, T = E_k = 2.8 \cdot 10^{38}$ da cui T = 160°K
(dove N è il n° di atomi di H delle due nubi)
Questa è la temperatura sviluppata dall’urto, ma siccome la nube aveva già una sua temperatura che era di 100°K la stima della temperatura finale è $T_f = 160 + 100 = 260$ °K
Il volume finale è
$V = Nk_B\, T / P = 2 \cdot 41.87 \cdot 10^{57} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 260/(1.4 \cdot 10^{-14}) = 2 \cdot 10^{52}\ m^3$

29)



L’energia cinetica del sistema prima dell’urto è (che coincide con l’energia interna del sistema)
$E_{k,i} = ½\, m_1 v_1^2 + ½\, m_2 v_2^2 = ½\ 1.5 \cdot 2^2 + ½\ 0.5 \cdot 2^2 = 4$ J
Per sapere l’energia cinetica finale occorre calcolare v_f, lo si può fare scrivendo la conservazione della q.d.m.
$m_1 v_1 + m_2 v_2 = M\, v_f$
$m_1 v_1 + m_2 (-v_2) = M\, v_f$
$v_f = (1.5 \cdot 2 – 0.5 \cdot 2) / M = 1$ m/s
$E_{k,f} = ½\, M\, v_f^2 = ½\, (1.5 + 0.5)\, 1^2 = 1$ J
$\Delta U = \Delta E_k = 3$ J
supponendo che questa energia “se ne vada” tutta in calore: $\Delta U = Q$
$\Delta S = Q/T = 3/300 = 10^{-2}$ J/°K

VOL. 3 – Elettromagnetismo - CAP. 1
La carica elettrica e la legge di Coulomb

1) *Si hanno quattro sfere conduttrici identiche, una delle quali ha carica Q mentre le altre sono scariche. Potendo mettere a contatto le sfere solo due alla volta, come devi operare per distribuire la carica in parti eguali tra le sfere?*

2) *Una sfera conduttrice A possiede una carica Q; due sfere identiche alla prima (B,C) sono messe a contatto con la sfera A: prima B con A, poi C con A. La terza sfera viene tenuta sempre lontana dalle due che si mettono, volta a volta, in contatto. Determina la carica che si trova alla fine su ciascuna sfera.*

3) *Ripetendo le stesse operazioni descritte nell'esercizio precedente un gran numero di volte, quali cariche si troveranno alla fine sulle tre sfere?*

4) *Determina quanti elettroni occorrono per avere una carica Q = -1,00 C.*

5) *In un fulmine può scorrere una quantità di carica di 20 C. Quante cariche elementari partecipano alla scarica?*

6) *Calcola la carica totale di un nucleo di uranio, sapendo che questo è costituito da 92 protoni e 146 neutroni.*

7) *Su una sferetta conduttrice (per esempio il rame) di 1 cm di raggio, non si riesce sperimentalmente ad accumulare una carica superiore a un valore massimo dell'ordine di 10 nC. Dopo aver trovato i dati necessari nelle opportune tabelle, calcola quale frazione di elettroni in tale condizione, deve essere tolta alla sferetta nell'ipotesi che essa:*

a) sia piena;
b) sia cava con uno spessore 0,5 mm.

8) *Nella stessa situazione dell'esercizio precedente, facendo riferimento ai soli elettroni di conduzione, pensi che sia possibile rimuovere «soltanto» un elettrone di conduzione per ogni miliardo di elettroni di conduzione presenti? (Tieni presente che per ogni atomo di rame c'è un solo elettrone di conduzione.)*

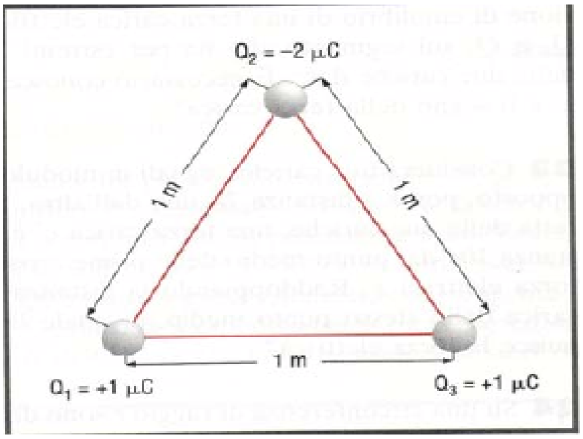
9) *Durante un temporale, le correnti d'aria provocano elettrizzazione per strofinio delle varie parti costituenti una nube. Supponi che a un certo istante la nube abbia una carica complessiva di 12 C, che la pioggia che cade trasporti via una carica di - 0,3 C/min e non ci siano altri scambi di carica con l'esterno della nube. Dopo 10 minuti si valuta che la base della nube abbia complessivamente una carica di -10 C. Che carica si trova nello stesso istante nella restante parte della nube?*

__10)__ Con quale forza si respingono due cariche, rispettivamente di 31,4 μC e 44,3 μC, poste nel vuoto alla distanza di 4,0 m una dall'altra?

__11)__ A quale distanza una dall'altra bisogna porre nel vuoto due cariche ($Q_1 = 3 \times 10^{-5}$ C e $Q_2 = 4 \times 10^{-5}$ C) perché esse esercitino una sull'altra la forza di 200 N?

__12)__ Due cariche elettriche, poste nel vuoto alla distanza di 10 cm una dall'altra, si respingono con una forza di 1,8 N. Quali sono i valori delle due cariche, se una è il doppio dell'altra?

__13)__ Traccia con un righello i vettori forza che agiscono sulle tre cariche rappresentate nella figura seguente (dopo aver fissato una scala opportuna per la rappresentazione dei vettori).



__14)__ Calcola la forza risultante che agisce sulla carica Q_2 dell'esercizio precedente.

__15)__ A che distanza un protone potrebbe tenere sollevato un elettrone contro la forza di gravità?

__16)__ Scambiando i ruoli delle due particelle dell'esercizio precedente si ottiene lo stesso risultato?

__17)__ Nel modello di Rutherford dell'atomo di idrogeno l'elettrone ruota attorno al nucleo alla distanza di circa 4 x 10-2 nm. Qual è la frequenza della rotazione?

__18)__ Due sferette metalliche di massa 3,20 g sono appese, mediante due fili isolanti lunghi 20,0 cm, a uno stesso punto. Tenendo separate le sferette si pone una carica Q su una delle due che poi si lascia libera. La sferetta tocca l'altra e, a equilibrio raggiunto, i fili formano un angolo di 12,0°. Calcola il valore della carica Q.

__19)__ Due cariche puntiformi eguali di carica $q = 5$ μC sono fissate agli estremi di un segmento AB di lunghezza pari a 12 cm. Una particella di massa $m = 9$ mg e carica $q' = -4$ μC è vincolata al piano perpendicolare al segmento AB e passante per il suo punto medio M. A che distanza da M deve ruotare la carica q' se la frequenza di rotazione è $f = 1$ kHz ?

__20)__ Tre cariche eguali di valore 1,2 μC sono poste ai vertici di un triangolo rettangolo i cui cateti misurano entrambi 5,0 cm. Calcola la forza totale che agisce sulla carica posta nel vertice dell'angolo retto.

21) *Tre cariche di egual segno sono disposte ai vertici di un triangolo rettangolo. Mostra che se le cariche poste ai vertici degli angoli acuti sono proporzionali alle lunghezze dei cateti adiacenti agli stessi angoli, allora la forza sulla terza carica è diretta perpendicolarmente all'ipotenusa.*

22) *Due cariche $Q_1 = 4$ μC e $Q_2 = 16$ μC sono poste alla distanza di 9 cm l'una dall'altra. Determina la posizione di equilibrio di una terza carica elettrica posta tra Q_1 e Q_2 sul segmento che ha per estremi le posizioni delle due cariche date. È necessario conoscere il modulo e il segno della terza carica?*

23) *Considera due cariche, eguali in modulo e di segno opposto, poste a distanza 2a una dall'altra. Sulla stessa retta delle due cariche, una terza carica q' è posta a distanza 10a dal punto medio delle prime e risente di una forza elettrica F. Raddoppiandola distanza della terza carica dallo stesso punto medio, di quale fattore diminuisce la forza elettrica?*

24) *Su una circonferenza di raggio r sono disposte n cariche positive eguali e n cariche negative di modulo q eguale alle altre; le cariche sono equidistanti e alternate in segno. Calcola la forza che le cariche esercitano su un'ulteriore carica q posta al centro della circonferenza, per ogni n.*

25) *Una sfera metallica A, che ha una carica pari a 76,0 μC, viene messa a contatto con una sfera identica B inizialmente scarica, che poi viene posta alla distanza di 2,00 m. Una terza sfera C – scarica e identica alle precedenti – è messa a contatto con la prima e successivamente allontanata alla distanza di 1,50 m dalla prima. Al termine delle operazioni le tre sfere risultano allineate. Determina la forza che agisce su ciascuna sfera.*

26) *Due cariche $Q_1 = 2{,}0 \times 10^{-10}$ C e $Q_2 = -4{,}0 \times 10^{-10}$ C si trovano alla distanza di $1{,}5 \times 10^{-5}$ m e sono immerse in acqua. Determina la forza agente su ciascuna carica.*

27) *La forza esercitata su una carica $Q_1 = 0{,}95 \times 10^{-15}$ C quando una seconda carica $Q_2 = 3{,}25 \times 10^{-14}$ C è posta a $0{,}84 \times 10^{-3}$ m di distanza, risulta di $16{,}4 \times 10^{-15}$ N. Qual è il valore della costante dielettrica relativa del mezzo in cui sono immerse le cariche?*

28) *Considera due cariche puntiformi $Q_1 = q$ e $Q_2 = -4q$, poste a distanza d una dall'altra e immerse in un liquido di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 3{,}5$. Tenendo conto solo della forza elettrostatica, esiste un punto di equilibrio per una terza carica Q_3 ?*

29) *In un ambiente vuoto e in assenza di gravità, due sferette conduttrici (A e B) poste a distanza a = 80 cm sono collegate con un sottile filo conduttore. Si avvicina un corpo carico negativamente alla sferetta A e si osserva (con un'opportuna strumentazione) un passaggio di cariche lungo il filo per un totale di 3,5 μC, per un tempo brevissimo, dopo il quale il filo viene staccato e il corpo carico allontanato. Con quale accelerazione inizia a muoversi la sferetta B, se la sua massa è di 60 g?*

30) *Due sferette uguali, poste a una distanza tra i centri molto maggiore del loro raggio e caricate rispettivamente con una carica q e –q, si attraggono con una forza F. Le sferette si comportano come cariche puntiformi: infatti, dimezzando la distanza tra i cerchi la forza aumenta di un fattore 4, finché la precedente condizione rimane verificata. Quando la distanza è confrontabile con il raggio delle sferette, la forza è maggiore o minore di quella di due cariche puntiformi eguali? Perché?*

31) *Avvicinando un corpo carico positivamente a una sfera di materiale isolante e scarica si osserva che un quarto della sua superficie si carica negativamente e che la carica totale negativa è pari a q = 12 pC. Quanto vale la carica positiva che si trova sul resto della superficie della sfera?*

32) *A un sottile cilindro isolante, la cui altezza h è molto maggiore del diametro di base d, viene avvicinata una carica positiva Q; il cilindro è sospeso orizzontalmente e la carica è posta lungo l'asse del cilindro a una distanza h/2 da una base. Il cilindro è allora attratto dalla carica con forza F. Ipotizzando che le cariche di polarizzazione siano localizzate solo sulle basi del cilindro, determina la carica di polarizzazione.*

33) *Due cariche del valore di 40,0 μC sono poste agli estremi di una molla orizzontale di materiale plastico, di costante elastica pari a 540 N/m, la cui lunghezza d'equilibrio è così di 75,0 cm. L'apparato è immerso quindi in una bacinella, che viene lentamente riempita con un olio isolante di costante dielettrica relativa pari a 2,20. Determinala nuova lunghezza della molla.*

34) *Due sferette conduttrici eguali, poste a contatto, vengono caricate con una carica complessiva $Q_0 > 0$ e successivamente separate finché alla distanza d = 30,0 cm la forza necessaria per mantenerle ferme (nel vuoto) è in modulo $F_0 = 5,30 \times 10^{-2}$ N. Supponi che le sferette possano essere trattate con cariche puntiformi.*

a) quanto vale la carica Q_0?

b) Mostra che, spostando da una sferetta all'altra una qualunque frazione della carica Q presente su ciascuna di esse, la forza necessaria a tenere ferme le sfere in ogni caso diminuisce.

c) Mantenendo eguale a Q_0 la carica totale sulle sferette, è possibile che la forza necessaria per mantenerle ferme abbia intensità maggiore di F_0?

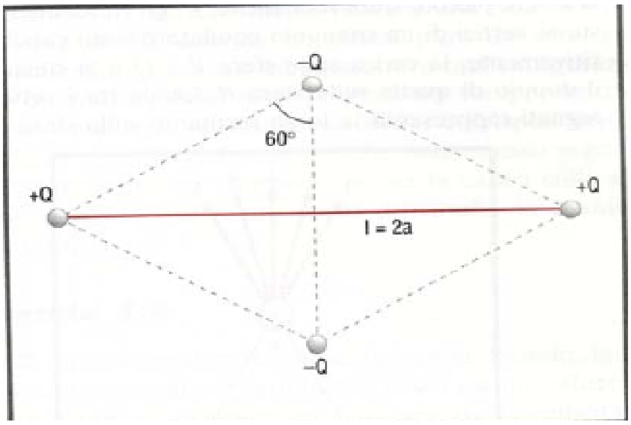
35) *Una goccia di pioggia (di massa m = 1,8 mg) durante un temporale acquista una carica di -0,45 nC. A un certo istante, la goccia si divide in due parti, l'una di raggio doppio rispetto all'altra. Fai l'ipotesi che la carica si divida in modo proporzionale al raggio e determina:*

a) la carica delle due parti;

b) la forza elettrica che agisce su ciascuna delle due parti quando si trovano alla distanza di 0,50 cm una dall'altra;

c) l'accelerazione (in modulo, direzione e verso) su ciascuna delle due parti alla distanza data sopra, nell'ipotesi che si trovino alla stessa altezza del suolo.

36) *Una barretta isolante di lunghezza 2a, avente ai suoi estremi due cariche puntiformi e eguali Q, è posta su un piano orizzontale. La sbarretta può ruotare attorno a un asse verticale passante per il suo punto centrale. Sullo stesso piano, da parti opposte rispetto alla sbarretta, sono collocate altre due cariche isolate, di valore – Q, in modo da formare un triangolo equilatero con ciascuna delle precedenti, come mostrato nella figura.*
a) Determina le forze necessarie (come reazioni vincolari) per mantenere le cariche nella posizione data.
b) Determina il momento meccanico che serve a mantenere la sbarretta nella posizione data.
Le due cariche negative vengono ora fissate nelle rispettive posizioni
c) Se la sbarretta è leggermente ruotata e poi lasciata libera, in quale posizione di equilibrio tende a disporsi?
d) Raggiunta questa posizione di equilibrio, che forza occorre per mantenere ferma ciascuna delle cariche isolate?

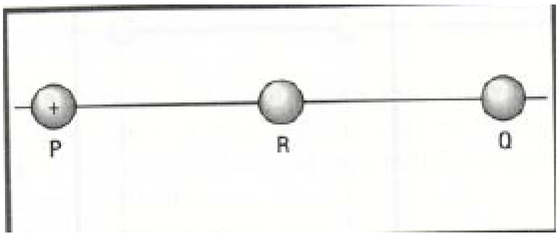


37) *Infinite cariche, tutte eguali in modulo a 1 nC, ma alternate in segno (…,+q, - q, +q, - q,…), sono fissate lungo una retta a distanza d = 5 cm una dall'altra.*
a) Prova a stimare, con l'aiuto di una calcolatrice, la forza necessaria a mantenere ferma un' ulteriore carica q (eguale alle altre), nel punto medio tra due cariche consecutive.
b) Se si volesse verificare sperimentalmente la stima fatta entro lo 0,5%, quante cariche sarebbe sufficiente considerare?
(Suggerimento: riporta in un grafico, in funzione di n, i valori della forza che si ottiene considerando solo le n cariche più vicine da ogni lato)

Quesiti

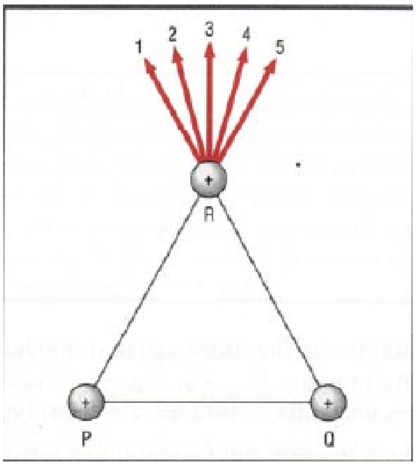
Scegli la risposta corretta.

38) Si hanno tre piccole sfere metalliche *P*, *Q*, *R*, identiche. La sfera *P* è caricata positivamente, la sfera *Q* viene posta a contatto con la precedente e poi fissata alla distanza di 0,20 m da *P*. La sfera *R*, dopo aver toccato la sfera *Q*, è posta a metà sulla retta congiungente le altre due. Quale sarà il rapporto tra la forza esercitata sulla sfera *R* della sfera *P* e la forza esercitata su *R* da *Q*?



A) 4.
B) 2.
C) 1.
D) ½.
E) ¼.

39) Tre piccole sfere metalliche, *P*, *Q*, *R*, identiche, poste ai vertici di un triangolo equilatero sono cariche positivamente; la carica sulle sfere *P* e *Q* è la stessa ed è il doppio di quella sulla sfera *R*. Quale tra i vettori disegnati rappresenta la forza risultante sulla sfera *R*?

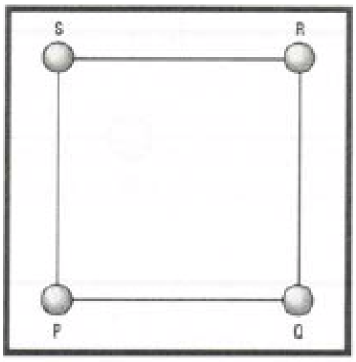


A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.
E) 5.

40) Ai vertici *P*, *Q*, *R*, *S* del quadrato sono collocate quattro sfere metalliche cariche, identiche. La tabella sottostante riporta tre possibili distribuzioni della carica (in unità arbitrarie) sulle sfere.

	P	*Q*	*R*	*S*
a	−2	+1	+1	+1
b	+2	−1	−2	−1
c	+1	+2	−1	+2

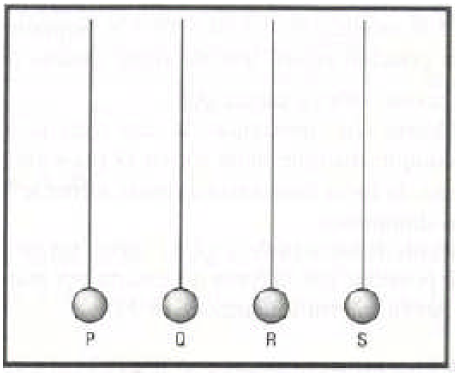
In quale caso la risultante delle forze elettrostatiche sulla sfera posta in *R* è nulla?



A) Solo a.
B) Solo b.
C) Solo c.
D) In tutti i tre casi.
E) In nessun caso.

41) Quattro sfere metalliche identiche *P*, *Q*, *R*, *S* sono sospese a fili isolanti (vedi figura che segue). Vengono avvicinare a due a due senza contatto e si osserva che *P* e *R* si respingono, *Q* e *R* si attraggono, mentre tra *Q* e *S* non si manifesta alcuna interazione elettrostatica. Quale stato elettrico delle sfere giustifica quanto è stato osservato?

A) *P* positivo; *Q* negativo; *R* positivo; *S* negativo.
B) *P* positivo; *Q* positivo; *R* positivo; *S* neutro.
C) *P* positivo; *Q* neutro; *R* positivo; *S* positivo.
D) *P* positivo; *Q* neutro; *R* positivo; *S* negativo.
E) *P* positivo; *Q* neutro; *R* positivo; *S* neutro.



42) Il limite della funzione $F(r)$, che esprime matematicamente l'andamento della forza coulumbiana tra due cariche Q_0 e Q_1, collocate nel vuoto a distanza r, per $r \rightarrow +\infty$ *è:*

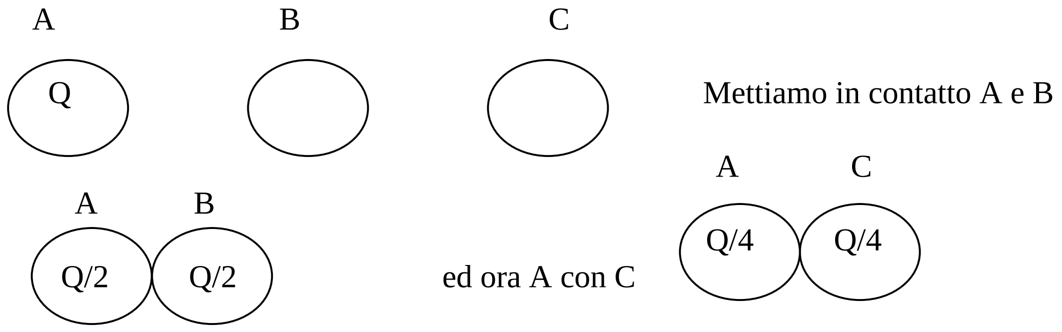
A) 0.
B) 1.
C) $k_0\ Q_0\ Q_1$.
D) $+\infty$.
E) Non esiste.

Soluzioni

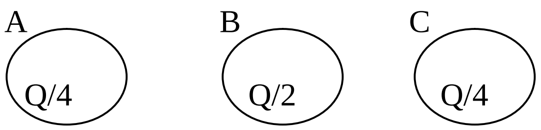
1)

A è la sfera carica mentre B,C e D sono scariche. La risposta è:
A con B;   A con C   e B con D
Ad esempio si abbia A carica con un valore simbolico di +8, mettendola in contatto con B si ha che A e B ora avranno carica +4. Ora mettiamo in contatto A con C e B con D ed avremo cos' tutte e quattro le sfere cariche con valore +2.

2)



ed alle fine abbiamo quindi la seguente situazione



3)

La situazione finale è ovviamente di equipartizione: $Q_A = Q_B = Q_C = Q/3$

4)

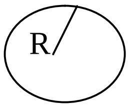
Q = - 1.00 C
Il Coulomb è definito come quella carica formata da un aggregato di $6 \cdot 10^{18}$ cariche elementari ossia di elettroni (con due cifre decimale è $6.25 \cdot 10^{18}$).

5)
$N = 20 \cdot 6.25 \cdot 10^{18} = 125 \cdot 10^{18}$ elettroni $= 1.2 \cdot 10^{20}$ elettroni

6)

Carica nucleo Uranio = n° cariche del nucleo/n° di cariche in 1 C $= 92/(6.25 \cdot 10^{8}) = 1.47 \cdot 10^{-17}$ C

7)

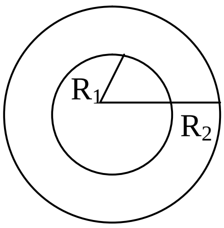


$R = 0.01$ m $\quad \rho = 8960$ kg/m^3 $\quad C_{max} = 10$ nC

a)

Sfera piena: occorre determinare il n° di elettroni presenti in essa
Determiniamo dapprima il n° di atomi presenti nella sfera:
n° atomi = massa della sfera / massa di un atomo = $\rho V/m_{Cu} = 8960(4/3)\,\pi\,(0.01^3 / (64\cdot 1.66\cdot 10^{-27}) =$
$= 3.53\cdot 10^{23}$ atomi
Ora considerando che in un atomo di rame di sono 29 elettroni (onfatti il suo numero atomico è 29) si ha n° elettroni nella sfera di rame = $3.53\cdot 10^{23}\cdot 29 = 102\cdot 10^{23}$ elettroni
In 10 n ci sono $10\cdot 10^{-9}\cdot 6.25\cdot 10^{8} = 62.5\cdot 10^{9}$ elettroni
Dunque la frazione richiesta è $f = 62.5\cdot 10^{9}/(102\cdot 10^{3}) = 6\cdot 10^{-15}$

b)



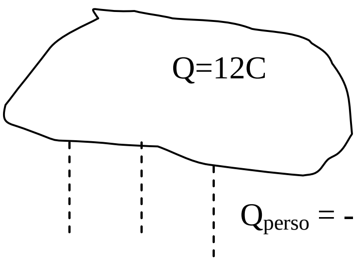
$V = (4/3)\,\pi\,R_1^3 - (4/3)\,\pi\,R_2^3 = (4/3)\,\pi\,(0.01)^3 - (4/3)\,\pi\,(0.0095)^3$
$= 42\cdot 10^{-7} - 36\cdot 10^{-7} = 6\cdot 10^{-7}$ m^3

$m = \rho V = 8960\cdot 6\cdot 10^{-7} = 0.00537$ kg = 5.38 g
n° atomi = $0.005376/(64\cdot 1.66\cdot 10^{-27}) = 51\cdot 10^{21}$
n° elettroni = $51\cdot 10^{21}\cdot 29 = 1480\cdot 10^{21}$ elettroni
$f = 62.5\cdot 10^{9}/(1480\cdot 10^{21}) = 4\cdot 10^{-14}$

8)

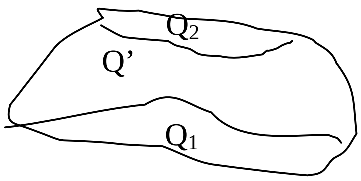
n° elettroni di conduzione = n° atomi = $3\cdot 10^{23}$
Rimuovendo "soltanto" un elettrone per ogni 10^9 elettroni si avrebbe un numero di cariche di
$n = 3.5\cdot 10^{23}/10^{9} = 3.5\cdot 10^{14}$ cariche
mentr il n° max di cariche è $62\cdot 10^{9}$ quindi la risposta è negativa.

9)



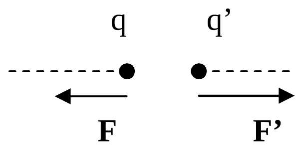
$Q_{perso} = -\,0.3$ C/min

Dopo 10 min: $Q_1 = -\,10$C
$Q' = Q_1 + Q_2$



Dopo 10 min la nube perde – 3 C di carica, ciò vuol direche resta con una carica sbilanciata di +3 C, quindi dopo 10 min la carica complessiva è $Q' = 3 + 12 = 15$ C
$Q_2 = Q' - Q_1 = 15 - (-10) = 25$ C

10)



In modulo le due forze sono uguali: $F = F'$

La legge di Coulomb è:

$F = k\, q\, q'/R^2 = 9{\cdot}10^9\ 31.4{\cdot}10^{-6}{\cdot}44.3{\cdot}10^{-6} / 4^2 = 0.78$ N

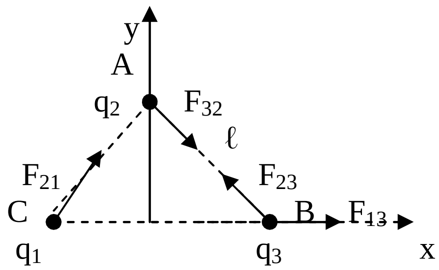
11)

$R = (9{\cdot}10^9{\cdot}3{\cdot}10^{-5}{\cdot}4{\cdot}10^{-5}/200)^{1/2} = 0.23$ m

12)

$F = k\, q{\cdot}2q / R^2$ da cui $q = (1.8{\cdot}0.1^2/2{\cdot}9{\cdot}10^9)^{1/2} = 10^{-6}$ C

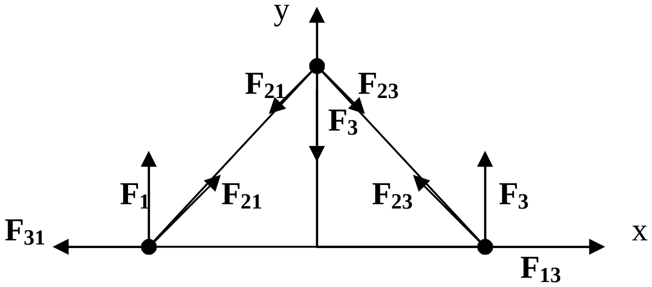
13)



Il triangolo è equilatero: angoli di 60°
Su ogni carica agiscono due forze

Ribadiamo che i pedici indicano i numeri delle due cariche che danno origine alla forza di Coulomb, ad es. F_{21} significa: la forza che la carica 1 sente a causa della carica 2, quindi il secondo numero indica il punto di applicazione del vettore **F**.

$\mathbf{F_{13}} = k\, q_1 q_2/ \ell^2 = 9{\cdot}10^9{\cdot}10^{-6}{\cdot}10^{-6} / 1^2 = 9{\cdot}10^{-3}\ \mathbf{i}$ N
$\mathbf{F_{23}} = k\, q_2 q_3 / \ell^2\ \mathbf{u_{AB}} = 9{\cdot}10^9\ (-2{\cdot}10^{-16}){\cdot}10^{-6}/1^2 = 18{\cdot}10^{-3}\ \mathbf{u_{AB}}$ N
Adesso occorre valutare il versore $\mathbf{u_{AB}}$
$\mathbf{u_{AB}} = \mathbf{AB}/AB = ((AB)_x\ \mathbf{i} + (AB)_y\ \mathbf{j}) / 1 = -\ 0.5\ \mathbf{i} + (1{\cdot}\sin 60°)\ \mathbf{j} = -\ 0.5\ \mathbf{i} + 0.866\ \mathbf{j}$
$\mathbf{F_{23}} = -\ 9{\cdot}10^{-3}\ \mathbf{i} + 15.6{\cdot}10^{-3}\ \mathbf{j}$
$F_{23} = ((9{\cdot}10^{-3})^2 + (15.6{\cdot}10^{-3})^2)^{1/2} = 18{\cdot}10^{-3}$ N
Per simmetria è $F_{23} = F_{32} = F_{12} = F_{21}$
$F_2 = (F_{32}^{\ 2} + F_{12}^{\ 2} + 2F_{32}F_{12}{\cdot}\cos\theta)^{1/2} =$
$((18{\cdot}10^{-3})^2 + (18{\cdot}10^{-3})^2 + 2{\cdot}18{\cdot}10^{-3}{\cdot}18{\cdot}10^{-3}{\cdot}\cos 60°))^{1/2} = 31{\cdot}10^{-3}$ N
ed è diretta ovviamente lungo y.
Facciamo uno schizzo conclusivo:

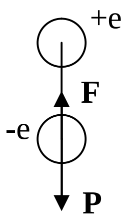


Quindi concludendo si può affermare che le forze risultanti su q_1 e q_3 sono dirette lungo y.

14)

Come già visto, la forza risultante su q_2 è $31 \cdot 10^{-3}$ N

15)



$F = k\, e^2/r^2 = P \qquad P = m_e\, g = 9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 9.8 = 89.3 \cdot 10^{-31}$ N

$r = (k\, e^2/P)^{1/2} = (9 \cdot 10^9\, (1.6 \cdot 10^{-19})^2 / (89.3 \cdot 10^{-31}))^{1/2} = 5.1$ m

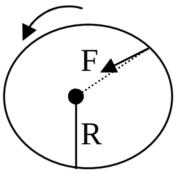
16)

Ovviamente NO.

Ora i dati sono: $P = m_p\, g = 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 9.8 = 16.37 \cdot 10^{-27}$ N

$r = (9 \cdot 10^9\, (1.6 \cdot 10^{-19})^2 / (16.37 \cdot 10^{-27}))^{1/2} = 0.12$ m

17)

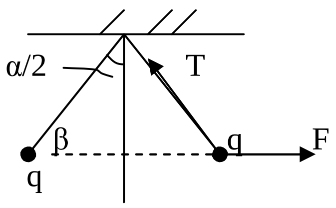


$F = m_e\, \omega^2 R = k\, q_1 q_2 / R^2 \qquad (q_1 = q_2 = e)$

$\omega = (ke^2/m_e R^3)^{1/2} = \ldots = 6.3 \cdot 10^{16}$ rad/s

$\nu = \omega/2\pi = 10^{16}$ Hz

18)



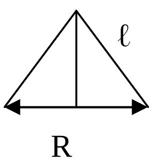
Dopo il contatto le cariche sulle palline sono ambedue di Q/2 poniamo per semplicità di scrittura $Q/2 \equiv q$

All'equilibrio F deve controbilanciare $T_x = T \cos\beta$

$= T \cos(90° - \alpha/2)$

$= T \sin \alpha/2$

$= T \sin 6° = 0.1\, T$



$R/2 = \ell \sin \alpha/2$

$R = 2 \cdot 0.2 \cdot \sin 6° = 4.2$ cm

$F = T_x \qquad F = k\, q^2/R^2$

$T_x = 0.1T = 0.1\, (F^2+P^2)^{1/2} = 0.1(k^2 q^2 q^2/R^4 + m^2 g^2)^{1/2} = 0.1\, (\ldots.)^{1/2} = k\, q^2/R^2$

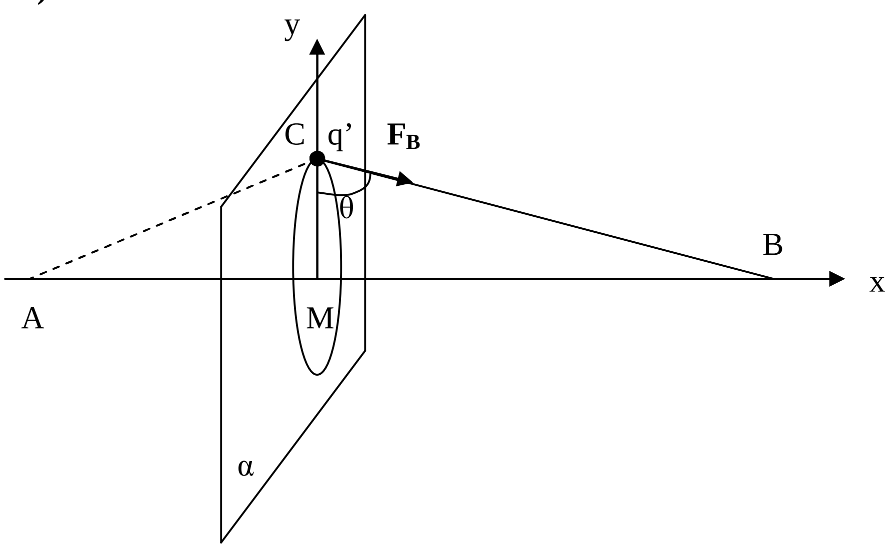
quadrando si ha: $k^2\, q^4/r^4 + m^2 g^2 = (k^2/0.1^2)\, (q^4/R^4)$

$k^2 q^4 + R^4 m^2 g^2 = 100 k^2 q^4$

$q = (R^2 mg / (99)^{1/2}\, k\,)^{1/2}\,)\, (0.042^2 \cdot 3.2 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8/((99)^{1/2} \cdot 9 \cdot 10^9)^{1/2} = 2.5 \cdot 10^{-8}$ C

$Q = 2q = 50$ nC

19)



Essendo la situazione simmetrica, analizziamola solo considerando il lato destro: la componente della forza di attrazione elettrostatica (forza di Coulomb) fra q e q' lungo y (sul piano α) è metà (l'altra metà è data dal contributo dell'altra forza F_A) la forza centripeta che mantiene il moto circolare, pertanto possiamo scrivere:

$F_c = 2\ F_B \cos\theta = m\ \omega^2\ R$

Ora si noti che $R = CB \cos\theta$ cioè $\cos\theta = R/CB$ e che $CB = (R^2 + MB^2)^{1/2}$

per cui si ha $2k\ (q\ q' / CB^2) \cos\theta = m\ \omega^2\ R$

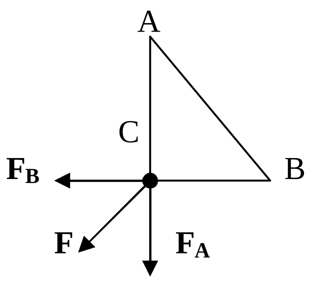
$2kqq'/(R^2+MB^2)\ (R/CB) = m\ \omega^2\ R$

$2k\ qq' / m\ \omega^2 = (R^2+MB^2)^{3/2}$

Calcoliamo il primo membro: $2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^{-6}\cdot 4\cdot 10^{-6}/(9\cdot 10^{-6}\ (6.28\cdot 10^3)^2) = 10^{-3}$ quindi:

$(10^{-3})^{2/3} = ((R^2 + 0.06^2)^{3/2})^{2/3}$ da cui $R^2 + 0.0036 = 0.01$ infine $R = 0.08$ m

20)



$q_A = q_B = q_C = q = 1.2\ \mu C$

$AC = CB = 5$ cm

$F_A = k\ qq'/AC^2 = 9\cdot 10^9\ (1.2\cdot 10^{-6})^2/0.05^2 = 5.18$ N

$F = \sqrt{2}\cdot 5.18 = 7.3$ N

(si ricordi che la diagonale di un quadrato è $\sqrt{2}\ \ell$)

21)

Rifacendoci al disegno precedente dobbiamo ora far vedere che risulta $\mathbf{F}\cdot\mathbf{AB} = 0$

ossia $F_x(AB)_x + F_y(AB)_y = 0$ essendo $(AB)_x = -CB$ e $(AB)_y = AC$ si ha

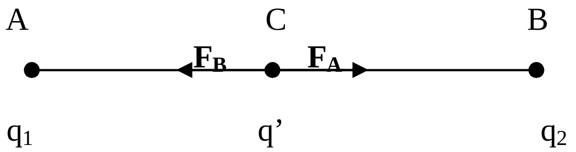
$F_x\ (-CB) + F_y\ (AC) = 0$ cioè dobbiamo far vedere che $F_x\ (CB) = F_y\ (CA)$ mettiamo le espressioni delle forze:

$k\ (q_C q_B / (CB)^2)\ (CB) = k\ (q_C\ q_A / (AC)^2)\ (AC)$ $q_A/AC = q_B/CB$

che si può anche scrivere così

$q_B : CB = q_A : AC$ c. v. d.

22)



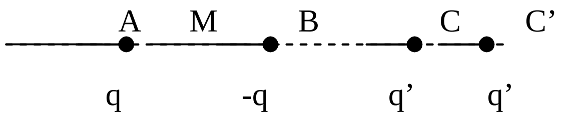
All’equilibrio deve essere $F_A = F_B$

$k\, q'\, q_1 / (AC)^2 = k\, q'\, q_2 / (CB)^2$ $\quad q_2/q_1 = (CB)^2/(AC)^2$ ma $AC = AB - CB$ dunque
$16/4 = (CB)^2 / ((AB)^2 + (CB)^2 – 2(AB)(CB))$ ora poniamo $CB = x$ si ha
$x^2 = 4(0.09^2 + 4x^2 – 8\cdot 0.09\, x$ cioè $3x^2 – 0.72\, x + 0.0324 = 0$ da cui

$$x = \begin{cases} 0.18 \text{ m (non accettabile)} \\ 0.06 \text{ m} \end{cases}$$

CB = 6 cm e AC = 3 cm (il segno ed il valore della carica sono ininfluenti).

23)

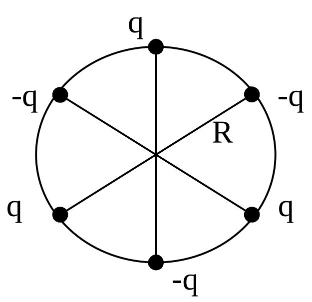


AB = 2a
MC = 10 a
MC’ = 20 a

$F_1 = -k\, qq'/(BC)^2 + k\, qq'/(AC)^2 = A\, (-1/(9a)^2 + 1/(11a)^2) = - 0.004\, A$ $\quad (A\equiv kqq')$
$F_2 = -k\, qq'/(BC')^2 + k\, qq'/(AC')^2 = A\, (-1/(19a)^2 + 1/(21a)^2) = - 0.005\, A$

$F_1/F_2 = 8$

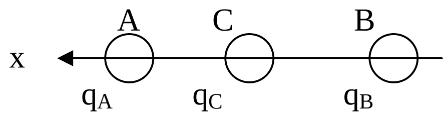
24)



Per $n = 1$ è $F = k\, q^2/R^2$
Per $n > 1$ è $F = 0$
perché al cento contribuiscono sempre due forze uguali ed opposte per ragioni di simmetria.

25)

Poiché ogni volta che una sfera carica è in contatto con un'altra identica la carica si equipartisce si ha la seguente situazione finale:

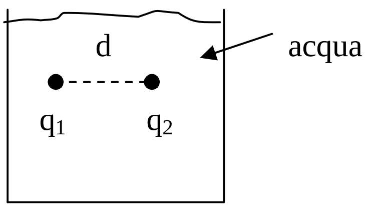


$q_A = q_C = 19\ \mu C$
$q_B = 38\ \mu C$
$AB = 2$ m
$AC = 1.5$ m

$F_A = F_{CA} + F_{BA} = k\ q_A^2/(AC)^2 + k\ q_A q_B\ /\ (AB)^2 = \ldots = 3.07$ N
$F_C = F_{BC} - F_{AC} = k\ q_B q_C/(CB)^2 - k\ q_A q_C/(AC)^2 = \ldots = 24.5$ N
$F_B = F_{AB} + F_{CB} = \ldots = -\ 27.6$ N

26)

$(\varepsilon_r)_{acqua} = 80$



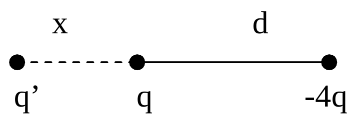
$F = (1/4\ \pi\varepsilon_0)\ (1/\varepsilon_r)\ q_1 q_2/d^2 = \ldots = 4.0\cdot 10^{-2}$ N

Le forze colombiane fra le cariche in acqua si riducono di un fattore (1/80) rispetto al vuoto.

27)

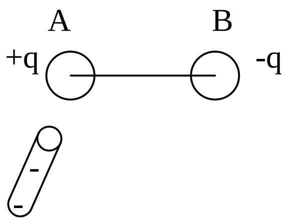
$F = (k/\varepsilon_r)\ q_1 q_2/d^2$ da cui $\varepsilon_r = (k/F)\ q_1 q_2/d^2 = \ldots = 2.4$

28)



$(k/\varepsilon_r)\ qq'/x^2 = -\ (k/\varepsilon_r)\ q'(-4q)/(x+d)^2$
da cui $(x+d)^2 = 4x^2$ che risulta vera per $x = d$
D'altro canto q' non può stare sul lato destro di B
in quanto si avrebbe $(k/\varepsilon_r)\ qq'/(x+d)^2 = -\ (k/\varepsilon_r)\ q'(-4q)/x^2$
cioè $3x^2 + 8dx + 4d^2 = 0$ con sol. $x_1=-0.66d$ e $x_2=-6d$
che sono ambedue non accettabili in quanto x non può essere negativo.

29)



Si ha $k\ qq'/d^2 = ma$ $\quad a = (1/m)\ k\ qq'/d^2$
$a = (9\cdot 10^9/(60\cdot 10^{-3}))\ (\ (3.5\cdot 10^{-6})^2/0.8^2) = 2.9\ m/s^2$

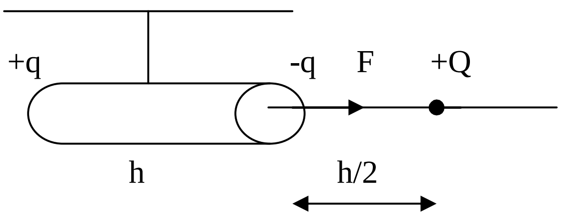
30)

Quando d>>R la forza di interazione fra le sfere è semplicemente la forza di Coulomb
$F = k\, q(-q)/R$ ma quando $d \approx R$ allora a causa della induzione elettrostatica le cariche si dispongono sulla calotta sferica in modo che avvenga uno sbilanciamento di cariche che si dispongono in modo che sulla faccia destra della prima sfera ci siano cariche di segno contrario a quelle della faccia sinistra della seconda sfera in tal modo aumentando la forza di interazione.

31)

Se la carica indotta è (-q) dovendo essere la carica totale nulla, la carica positiva sarà semplicemente +q.

32)

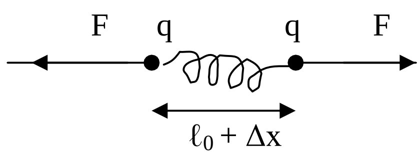


$F = k\, Q(-q)/(h/2)^2 + k\, qQ/(h+h/2)^2 =$

$= \ldots = - 32k\, qQ/9h^2$ da cui
$1/q = - (32/9)\, k\, qQ/h^2$ ossia

$q = 9Fh^2/32kQ$

33)



$\ell \equiv \ell_0 + \Delta x = 75.0$ cm
$k_m = 540$ N/m
$q = 40.0\ \mu C$

Occorre determinare il valore della lunghezza della molla (a riposo) ossia ℓ_0

La forza totale che produce l'allungamento della molla è 2F per cui possiamo scrivere (in modulo) : $2F = k_m \Delta x$ essendo F la forza di interazione coulombiana abbiamo
$2\, k\, q^2/(\ell_0 + \Delta x)^2 = k_m \Delta x$ $\quad 2\, k\, q^2/k_m = \ell^2 (\ell - \ell_0)$
calcoliamo numericamente il primo membro: $2 \cdot 9 \cdot 10^9\, (40 \cdot 10^{-6})^2/540 = 0.053$
$0.053 = \ell^3 - \ell\, \ell_0$ da cui
$\ell_0 = (\ell^3 - 0.053) / \ell^2 = (0.75^3 - 0.053) / 0.75^2 = 66$ cm

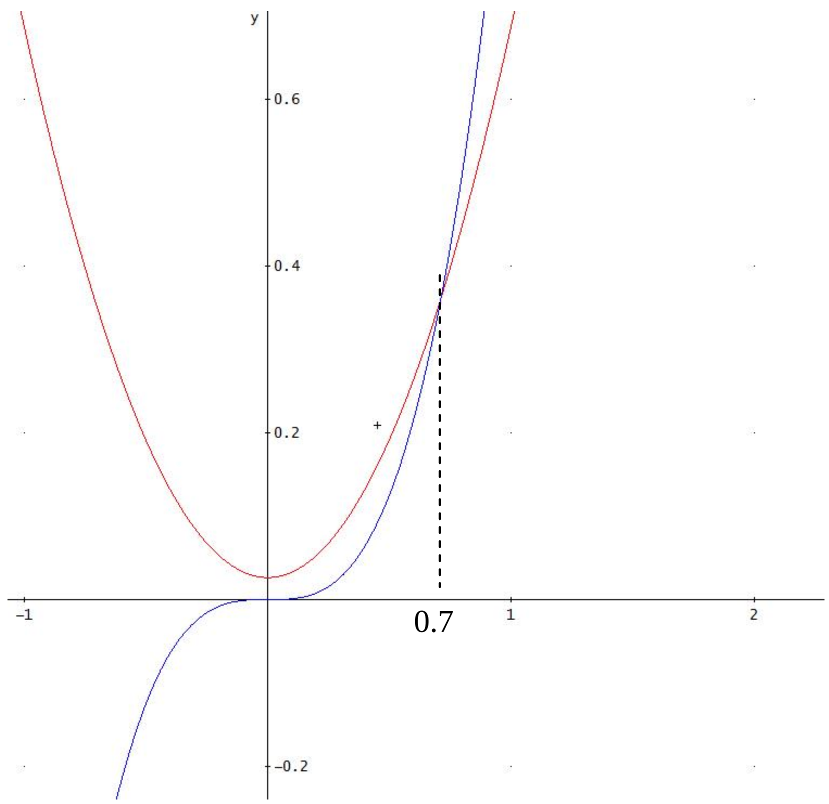
In olio quello che cambia è la forza colombiana che viene ridotta di un fattore $1/\varepsilon_r$:
$(1/\varepsilon_r)\, 2\, k\, q^2/(\ell_0 + \Delta x')^2 = k_m \Delta x'$ $\quad 0.053/2.2 = \ell'^3 - \ell_0\, \ell'^2$ vien fuori una semplice equazione di terzo grado: $\ell'^3 - 0.66\, \ell'^2 - 0.0265 = 0$ la cui soluzione è (1)
$\ell' = 72$ cm
Quindi in olio l'allungamento della molla passa da 75 cm a 72 cm a causa dell'indebolimento della forza di Coulomb fra le cariche.

N.B.

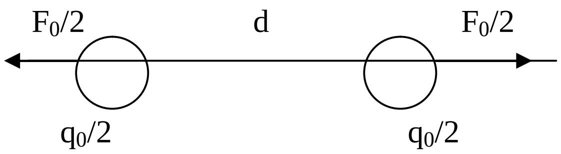
Si noti come appendice che se si considera come distanza fra le cariche non ℓ ma ℓ_0 scrivendo così $2\,kq^2/\ell_0^2 = k_m\,\Delta x$ si sarebbe commesso un errore cospicuo trovando per la lunghezza a riposo della molla non più 66 ma 61 cm (ed in olio 68 cm invece di 72), la distanza corretta da inserire nell'espressione della forza elettrostatica è quindi quella finale ossia quella che è presente all'equilibrio e che in effetti provoca l'allungamento dato.

(1)

Per la soluzione di un'equazione di terzo grado occorre ricorrere al metodo grafico (quello analitico lo si studia nei corsi Universitari), basta scrivere l'eq. in questo modo: $x^3 = 0.66x^2+0.0265$ e costruirsi a mano in grafico delle due curve, l'ascissa del punto di intersezione è las soluzione cercata (se esiste). In questo caso il compito è piuttosto banale in quanto le due curve sono di quelle il cui grafico è immediato e alla fine risulta che il punto di intersezione è circa 0.7 (cioè 70 cm).



34)



a) $F = F_0/2 = k\,(q_0/2)\,(q_0/2) / d^2$ $\quad q_0 = 2\,((F_0/2)\,d^2/k)^{1/2} = \ldots = 1.46\ \mu$

b) Supponiamo di trasferire una certa quantità di carica da A e portarla a B, avremo q_0/m su A e q_0/n su B pertanto la forza sarà: $F = 2k\,(q_0/m)\,(q_0/n) / d^2$ cioè F_0 dipende dal prodotto $(1/m)(1/n)$ con la condizione che $(1/m) + (1/n) = 1$, riscriviamo F_0 in questo modo

$F_0 = 2k\ mq_0nq_0 / d^2$

Ora il problema è di trovare i due numeri m ed n tali che la loro somma sia uno e che il loro prodotto sia massimo

$m + n = 1 \qquad m = 1 - n \qquad \ldots.$

$m\,n = p \qquad (1\text{-}n)\,n = p \qquad n^2 - n + p = 0 \qquad n = 1 \pm (1\text{-}4p)^{1/2} / 2$

La condizione di realtà del radicando impone che sia $1 - 4p \geq 0$ ossia $p \leq 1/4$

quindi $p_{max} = 1/4$ nel qual caso di ha $m = 1/2$ e $n = 1/2$

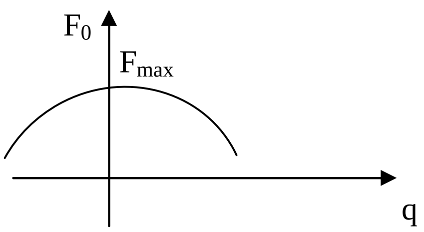
Quindi il prodotto massimo si ha per $m = n = 1/2$ in tutti gli altri casi p è minore e di conseguenza F_0 minore

$F_{0,max} = 2k\,(q_0/2)\,(q_0/2) / d^2$

Oppure indicando con q la quantità di carica trasferita si ha:

$F_0 = k\,(q_0/2 + q)\,(q_0/2 - q) / d^2 = (k/d^2)\,(q_0^2/4 - q^2) = A - Bq^2$ (con $A = 0.053$ e $B = 10^{11}$)

Riportiamolo in grafico



Come si vede F_0 assume il valore massimo per $q = 0$
Quindi qualunque spostamento di carica fa diminuire F_0.

c) Facciamo un piccolo cambio di simboli ed indichiamo ora con Q_0 la carica totale sulle sfere. Ora la condizione da imporre è diversa: la carica totale resta q_0 anche aggiungendo alle due sfere due cariche opposte q e – q

Ora può essere $q' < 0$ oppure $q' > Q_0/2$ $\qquad$ per semplicità indichiamo $Q_0/2 \equiv Q$

$F' = (k/d^2)\,(Q^2 - q'^2)$ con $q'^2 > Q^2$

quindi F sarà negativa, ma a noi interessa trovare il modulo, Vogliamo che sia $F' > F$

$(k/d^2)\,(Q^2 - q'^2) > (k/d^2)\,(Q^2 - q^2)$

$|Q^2 - q'^2| > Q^2 - q^2$

$Q^2 - q'^2 > Q^2 - q^2$ $\quad$ se $Q^2 - q'^2 > 0$ $\quad$ non è il nostro caso

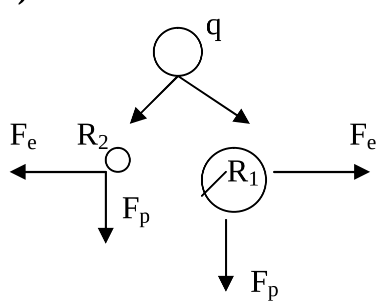
$-Q^2 + q'^2 > Q^2 - q^2$ $\quad$ se $Q^2 - q'^2 < 0$ $\quad$ è il nostro caso

$q = 0$ infatti vogliamo $F' > F_{max}\ (q=0)$

quindi $q'^2 > 2Q^2$

$q' > \sqrt{2}\,Q = Q_0/\sqrt{2}$

35)



$R_1 = 2R_2$

a) $q_1 = 2q_2$ …….. $q_1 = -\,0.30$ nC
$q_1+q_2 = q$ $\quad 3q_2 = q$ $\quad q_2 = -\,0.15$ C

b) $d = 0.50$ cm $F_e = k\, q_1q_2/d^2 = \ldots = 1.6\cdot10^{-5}$ N

c) $\mathbf{F_1} = \mathbf{F_{p,1}} + \mathbf{F_e} = m_1g\,\mathbf{j} + 1.6\cdot10^{-5}\,\mathbf{i} = 1.6\cdot10^{-5}\,\mathbf{i} + 15.7\cdot10^{-6}\,\mathbf{j}$

$F_1 = ((1.6\cdot10^{-5})^2 + (15.7\cdot10^{-6})^2)^{1/2} = 22.56\cdot10^{-6}$ N

$\mathbf{F_2} = \mathbf{F_{p,2}} + \mathbf{F_e} = m_2g\,\mathbf{j} - 1.6\cdot10^{-5}\,\mathbf{i} = -\,1.6\cdot10^{-5}\,\mathbf{i} + 1.96\cdot10^{-6}\,\mathbf{j}$

$F_2 = ((-1.6\cdot10^{-5}) + (1.96\cdot10^{-6})^2)^{1/2} = 16.32\cdot10^{-6}$ N

Pertanto le accelerazioni sono: $a_1 = F_1/m_1$ e $a_2 = F_2/m_2$ e quindi dobbiamo calcolare le masse.

$m = m_1+m_2 = \rho\,(4/3)\,\pi\,R_1^3 + \rho\,(4/3)\,\pi\,R_2^3$

$m / \rho\,(4/3)\,\pi = (2R_2)^3 + R_2^3$

$R_2 = ((1.8\cdot10^{-6})/(9\cdot10^3(4/3)\,\pi))^{1/3} = 0.363\cdot10^{-3}$ m

$R_1 = 0.726\cdot10^{-3}$ m

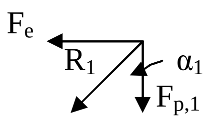
$m_1 = \rho\,(4/3)\,\pi\,R_1^3 = \ldots = 1.6$ mg

$m_2 = \rho\,(4/3)\,\pi\,R_2^3 = \ldots = 0.2$ mg

$a_1 = F_1/m_1 = 22.56\cdot10^{-6}/(1.6\cdot10^{-6}) = 14$ m/s^2

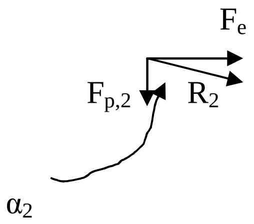
$a_2 = F_2/m_2 = 16.32\cdot10^{-6}/(0.2\cdot10^{-6}) = 81$ m/s^2

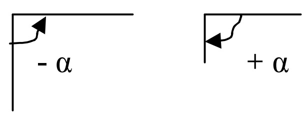
Le direzione e verso delle accelerazioni sono quelle felle forze:



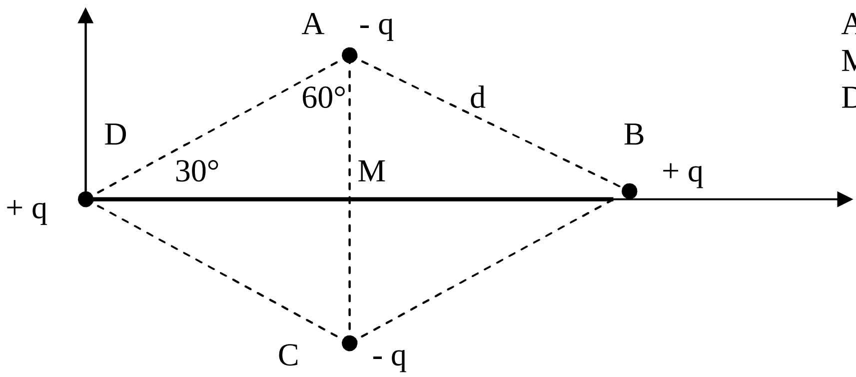
$\alpha_1 = \arctan F_{1,x}/F_{1,y} = \arctan\,(16.2\cdot10^{-6})/(15.7\cdot10^{-6}) = 46°$

$\alpha_2 = \arctan F_{2,x}/F_{2,y} = \arctan\,(-16.2\cdot10^{-6})/(1.96\cdot10^{-6}) = -\,83°$





36)

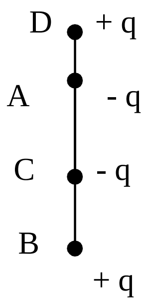


ABC e ADC sono equilateri
AB = BC = AC = d
MB = a = d sin 60°
DB = 2a

a)

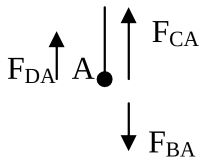
La risultante delle forze su D è $\mathbf{F_D} = \mathbf{F_{AD}} + \mathbf{F_{BD}} + \mathbf{F_{CD}}$

La componente lungo x di F_D è “assorbita” dalla rigidità della sbarretta.
Calcoliamo la componente lungo y:
$F_{D,y} = F_{AD,y} + F_{CD,y} = - k\,(q^2/d^2)\sin 30° + k\,(q^2/d^2)\sin 30° = 0$
Dunque su D, e per simmetria su B, non occorrono forze vincolari.
Vediamo cosa succede al punto A (e per simmetria al punto C):
$F_A = F_{BA} + F_{CA} + F_{DA} = 0$
$\mathbf{F_{BA}} = - k\,(q^2/d^2)\sin 60°\,\mathbf{i} + k\,(q^2/d^2)\cos 60°\,\mathbf{j}$
$\mathbf{F_{DA}} = k\,(q^2/d^2)\sin 60°\,\mathbf{i} + k\,(q^2/d^2)\cos 60°\,\mathbf{j}$
$\mathbf{F_{BA}} + \mathbf{F_{DA}} = 2k\,(q^2/d^2)\cos 60°\,\mathbf{j}$
$\mathbf{F_{CA}} = - k(q^2/d^2)\,\mathbf{j}$
$\mathbf{F_A} = (2k(q^2/d^2)\cos 60° - k\,(q^2/d^2))\,\mathbf{j} = 0$ (essendo $2\cos 60° = 2 \cdot ½ = 1$)
Dunque neanche su A e C occorrono forze vincolari.
b)
$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0$ essendo F sulla stessa direzione di r.
c)
Osserviamo innanzitutto che ora il momento non è più nullo, le componenti verticali ad esempio di F_{AB} e F_{CB} non sono più uguali (ed opposte) ma c’è uno sbilanciamento in favore di $F_{AB,y}$ per cui il momento è diretto in alto e provoca una rotazione antioraria riportando l’asta in posizione iniziale o poi continuando a ruotare fino all’allineamento dell’asta con le altre due cariche. Posizione finale di equilibrio:



d)

Riferendoci alla figura precedente sulla carica –q in alto intervengono tre forze:

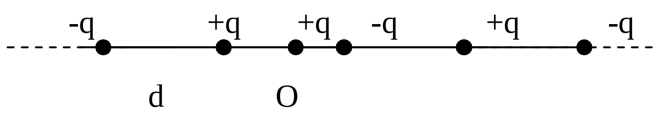


$F_A = F_{DA} + F_{CA} + F_{BA}$ possiamo usare le forme scalari perché ora il problema è unidimensionale
Inoltre abbiamo che $F_A = F_C$ e che su D e B non occorrono forze perché esse sono su una sbarra.
Dunque $F_{DA} = - k\, q^2/(DA)^2 = - k\, q^2/(0.179\, a^2)$ (essendo $DA = a – a/\tan 60° = 0.423\, a$)
$F_{CA} = k\, q^2/(CA)^2 = k\, q^2/(1.32\, a^2)$ (essendo $AC = AB = d = a/\sin 60° = 1.15\, a$)
$F_{BA} = - k\, q^2/(BA)^2 = - kq^2/(2.47\, a^2)$ (essendo $AB = AC+CB= AC + DA = 1.15\, a + 0.423\, a =$
$= 1.573\, a$)

$F_A = F_{DA} + F_{CA} - F_{BA} = k\, (q^2/a^2)\, (1/0.179 + 1/1.32 –$ ½.47$) = 5.94\, k\, (q^2/a^2)$

37)

$d = 5$ cm
$q = 1$ nC

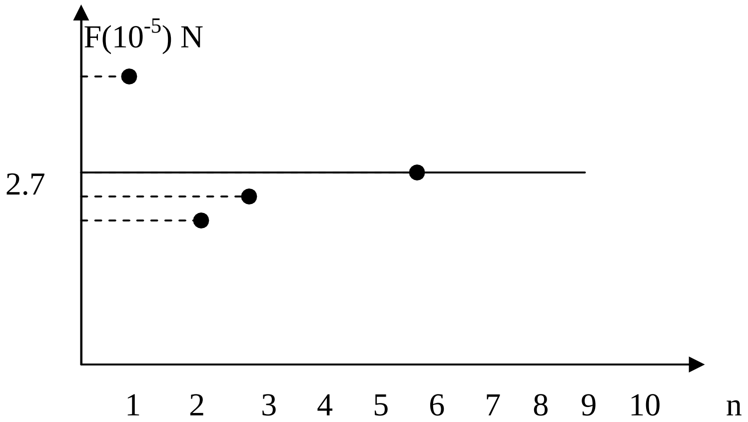


Rispetto al punto considerato O, le cariche sono disposte simmetricamente, ogni coppia è costituita da due cariche di segno opposto che danno un campo doppio di quello di una singola carica. Basta allora calcolare il contributo delle cariche poste da un aparta e poi moltiplicare per due.

$F_0 = F_{2,0} + F_{1,0} = 2\, F_{2,0}$ per $n = 1$ (con n = numero di cariche da una parte)
$F_0 = 2\, (F_{2,0} + F_{3,0} + F_{4,0} +\ \dots)$
$F_{2,0} = k\, q^2/(d/2)^2 = 9·10^9\, (10^{-9})^2/(2.5·10^{-2})^2 = 1.44·10^{-5}$ N
$F_{0,n=1} = 2F_{2,0} = 2.88·10^{-5}$ N
$F_{3,0} = k\, q(-q)\, /(d+d/2)^2 = - 0.16·10^{-5}$ N
$F_{0,n=2} = 2\, (F_{2,0} + F_{3,0}) = 2.56·10^{-5}$ N
$F_{4,0} = kq^2/(2s+d/2)^2 = 0.058·10^{-5}$ N
$F_{0,n=3} = 2(F_{2,0} + F_{3,0} + F_{4,0}) = 2\, (2.88·10^{-5} – 0.16·10^{-5} + 0.058·10^{-5}) = 2.676·10^{-5}$ N
$F_{5,0}\ k –q^2/(3d+d/2)^2 = - 0.03·10^{-5}$ N
$F_{0,n=4} =2.616·10^{-5}$ N
$F_{0,n=5} = 2.65·10^{-5}$ N
$F_{0,n=6} = 2.63·10^{-5}$ N
$F_{0,n=7} = 2.65·10^{-5}$ N
$F_{0,n=8} = 2.67·10^{-5}$ N
$F_{0,n=9} = 2.66·10^{-5}$ N
$F_{0,n=10} = 2.67·10^{-5}$ N

riportiamo questi dati in una tabella

n	$F_{0,n}$ (10^{-5}) N
1	2.88
2	2.56
3	2.68
4	2.62
5	2.63
6	2.63
7	2.65
8	2.67
9	2.66
10	2.67



dopo n = 10 cioè 10 cariche per parte, il valore della forza su O si stabilisce intorno a $2.66 \cdot 10^{-5}$ N

b) Vediamo ad esempio l'errore fra F_{10} e F_9 $F_9/F_{10} = 2.66/2.67 = 0.996$ cioè un errore del 0.4% quindi con n=8 si ha l'approssimazione richiesta.

Quesiti

38)
$F_{PR}/F_{QR} = k\, q_P\, q_R/(d/2)^2 \,/\, k\, q_Q\, q_R \,/\, (d/2)^2 = q½q \,/\, ((½q)\,(½q)) = 2$ (con q_P=q e q_R=q_Q=½q)
RISP. B

39)
Per la legge della composizione vettoriale la risposta evidentemente esatta è la C

40)

a) $F_{SQ} = F_{QR} = kq^2/\,\ell^2$ $F_{risultante\ (S+Q)} = \sqrt{2}\,k\,q^2/\,\ell^2$
$F_{PR} = -\,k\,2q^2(\sqrt{2}\,\ell)^2 = -k\,q^2/\,\ell^2$ non è questo il caso

b) $F_{SR} = F_{QR} = k\,q^2/\,\ell^2$ $F_{R+S} = \sqrt{2}\,k\,q^2/\,\ell^2$
$F_{PR} = -\,2k\,q^2/\,\ell^2$ non è questo il caso

c) $F_{SQ} = F_{QR} = 2\ 2k\,q^2/\,\ell^2$ Fris $= 2\sqrt{2}\,k\,q^2/\,\ell^2$
$F_{PR} = k\ \ q^2/\,2\ell^2$ non è questo il caso
Quindi la risposta esatta è la E

41)
La considerazione che Q ed S non si attraggono è sufficiente per scegliere:
la risposta giusta che è la E
42)

$F(R) = k/R_2$ per $R \longrightarrow \infty$ $F(R) \longrightarrow 0$

Risp. A